Méthodes ensemblistes pour une localisation robuste de robots sous-marins

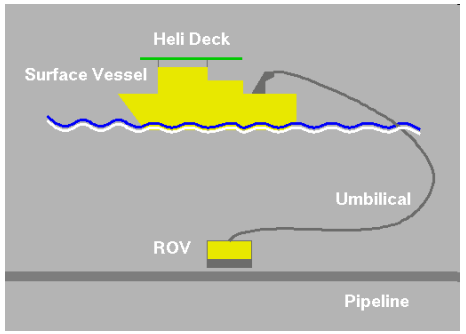
Jan SLIWKA, doctorant en robotique sous-marine
À l'ENSTA-Bretagne

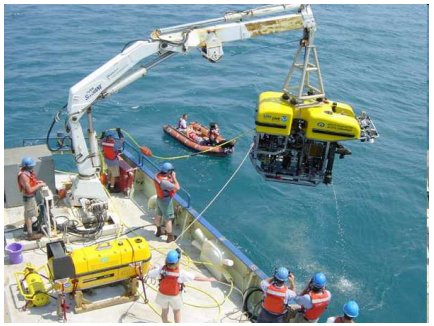
Contexte sous-marin : les AUVs

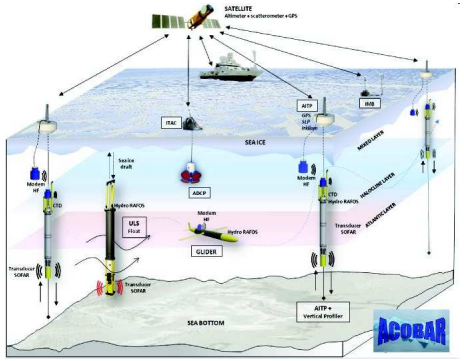
Utilisations des véhicules autonomes (AUVs)

- **Industrie pétrolière** : remplacer les ROVs (véhicules téléguidés)
- **Militaire** : remplacer les plongeurs démineurs
- **Océanographie** : Faire des campagnes de mesures
- **Surveillance** : Veiller à la sécurité et propreté des ports

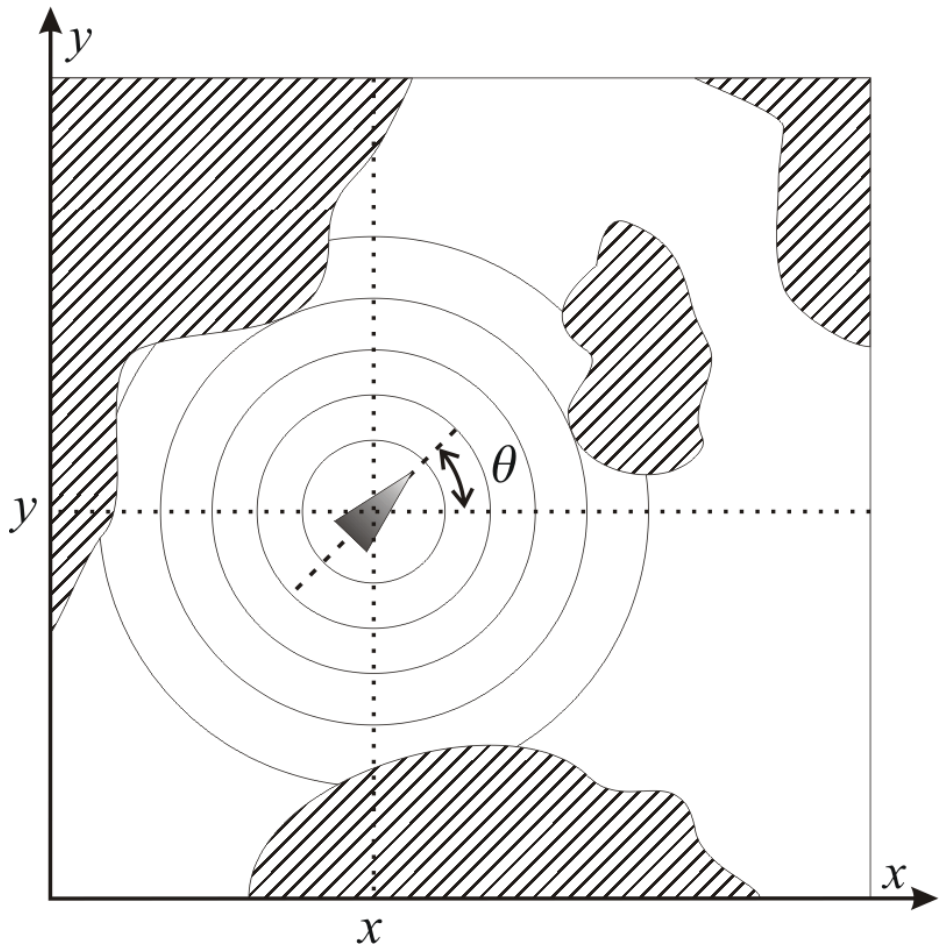
Localisation!







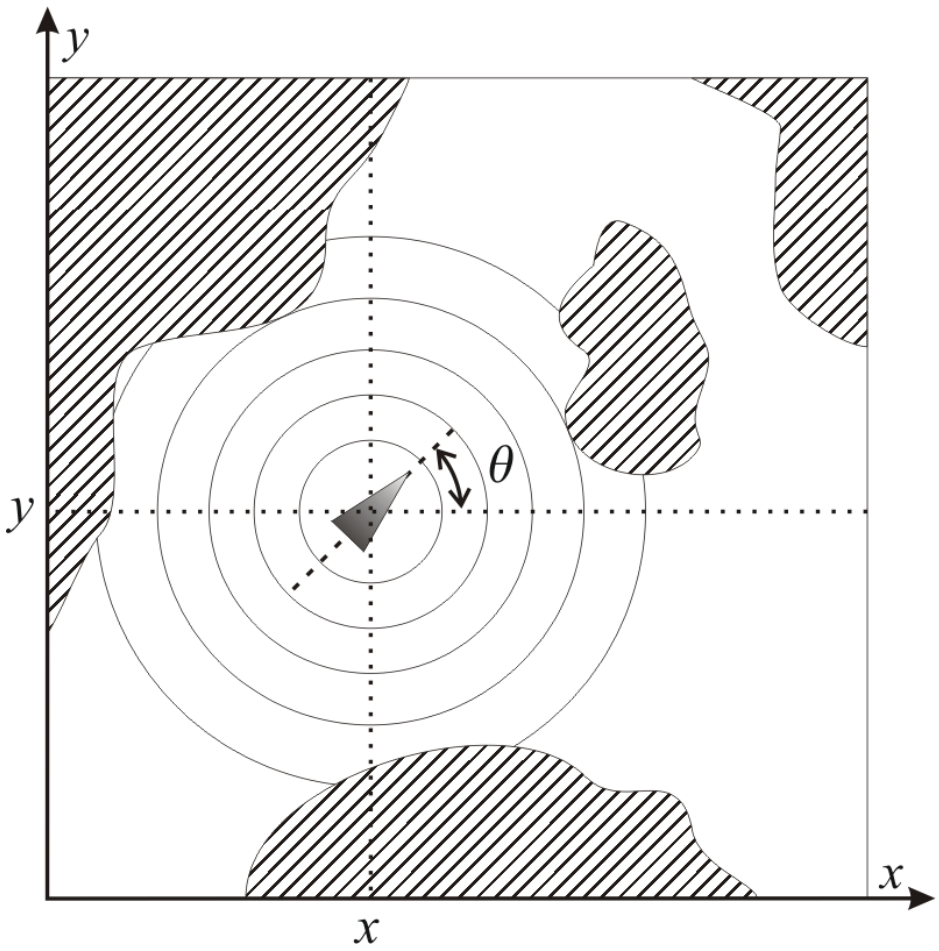
Méthodes ensemblistes pour une localisation robuste de robots sous-marins



Définition:

La localisation d'un **objet** consiste à **déterminer** la **position** de celui-ci dans son **environnement.** Cette position peut être déterminée à partir d'**informations.**

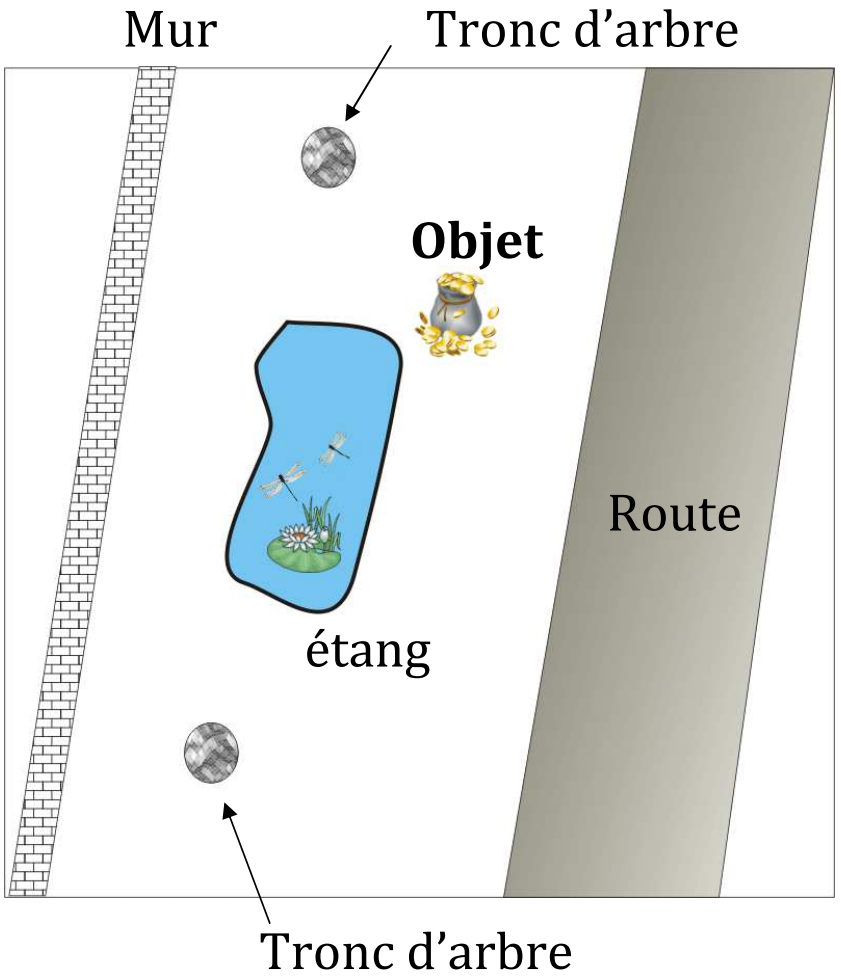
Méthodes ensemblistes pour une localisation robuste de robots sous-marins



Définition:

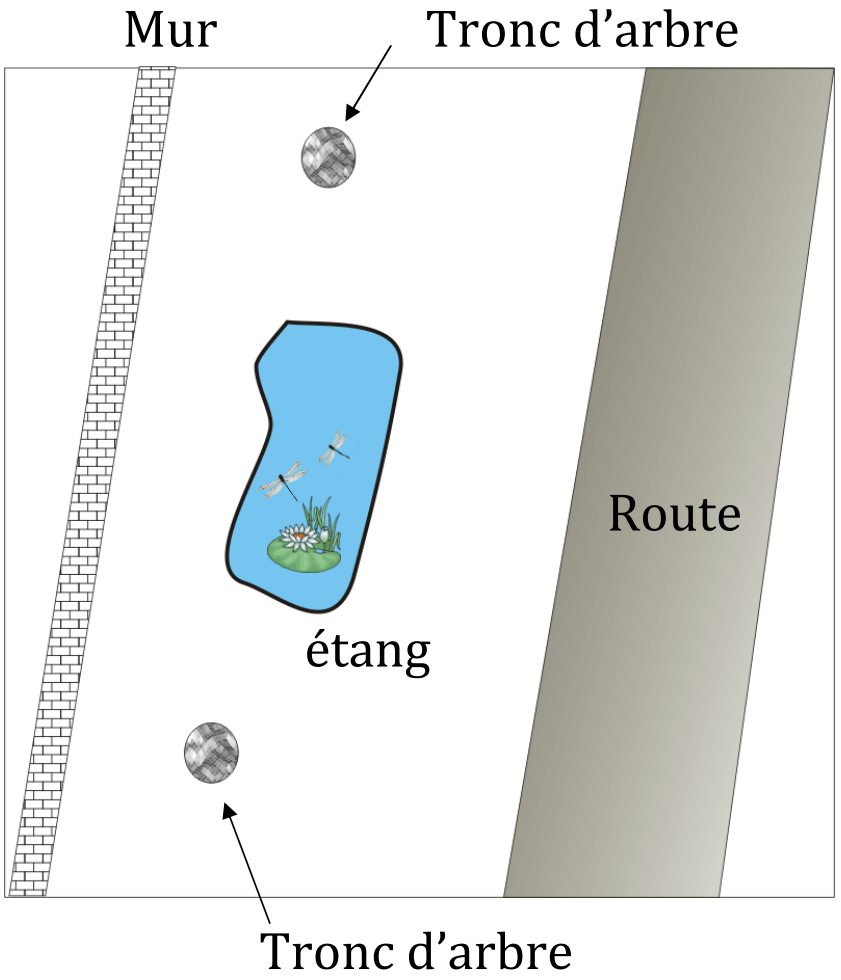
La localisation d'un **objet** (*robot*) consiste à **déterminer** (*par des algorithmes*) la **position** (x,y,θ) de celui-ci dans son **environnement** (*représenté par un carte connue*). Cette position peut être déterminée à partir d'**informations** (mesures de capteurs) qu'on a sur cette dernière. Ces informations sont **incertaines** et peuvent être **aberrantes**. On cherche donc des algorithmes **robustes**.

Exemple



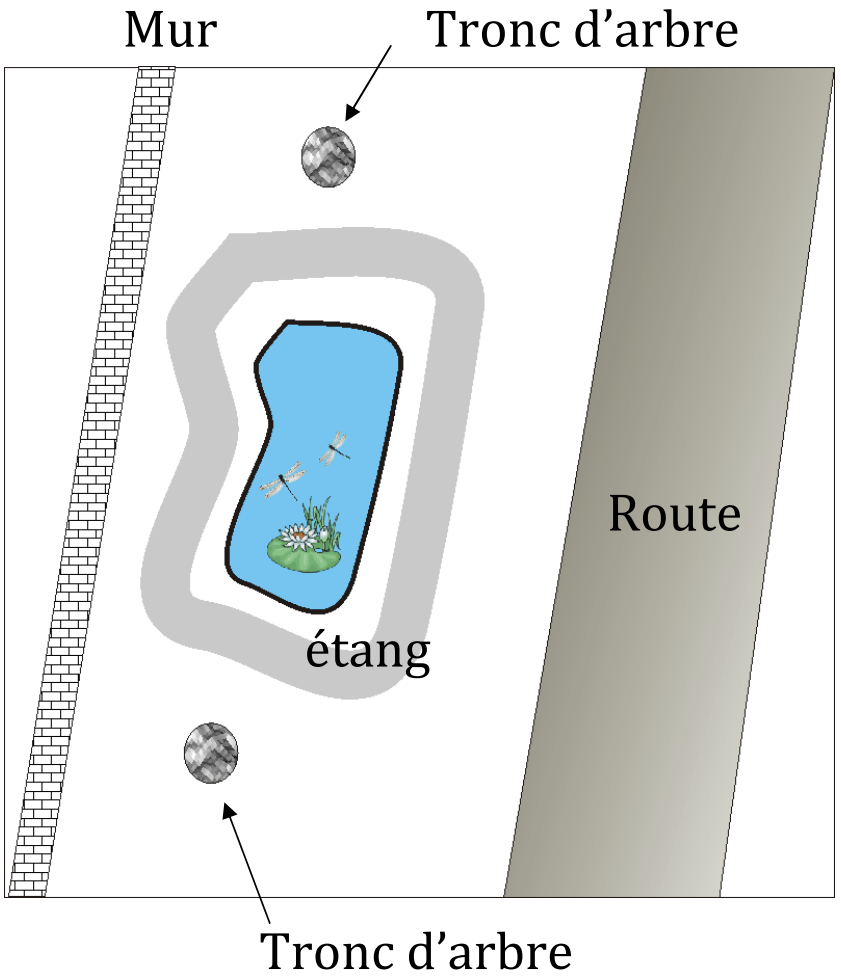
- **Environnement** : Parc connu
- **Objet** à localiser
- **Informations**?

Exemple



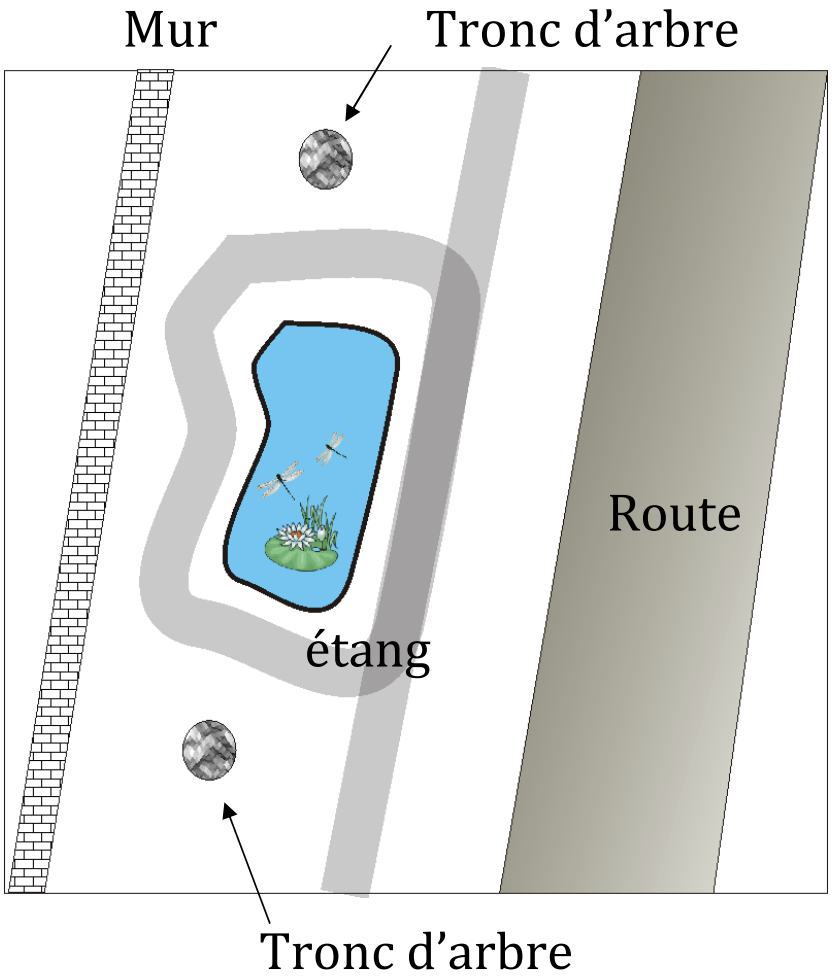
- Informations sur la position de l'objet
  - rien

Exemple



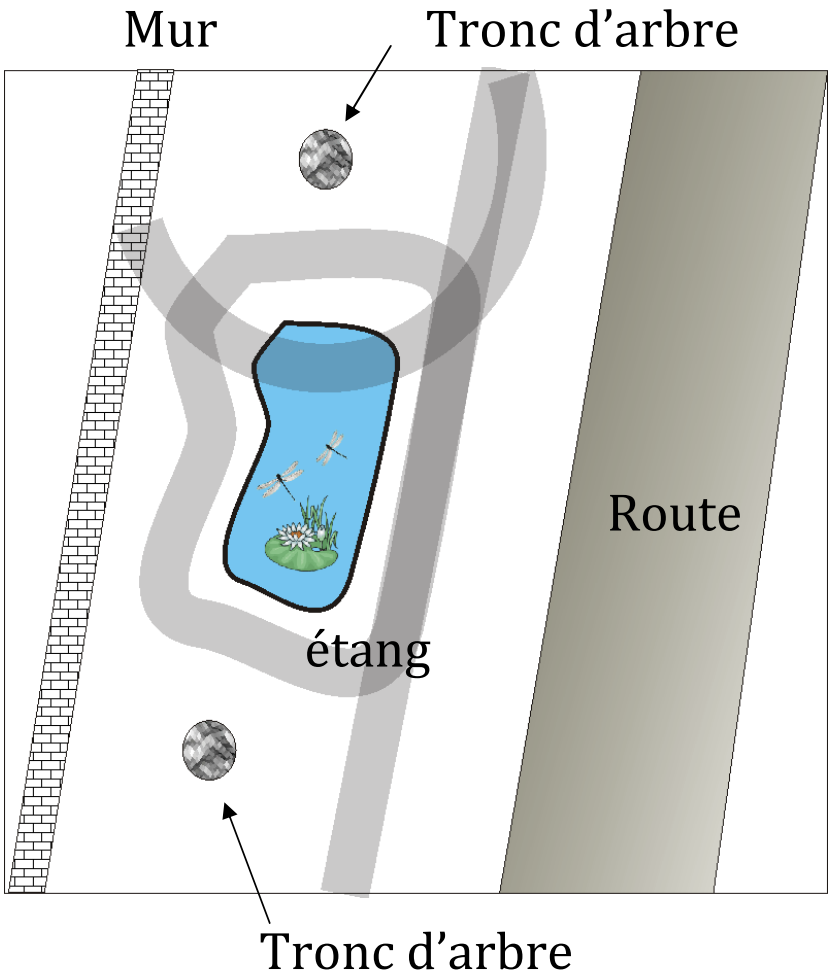
- Informations sur la position de l'objet
  - « A un pas de l'étang » ~

Exemple



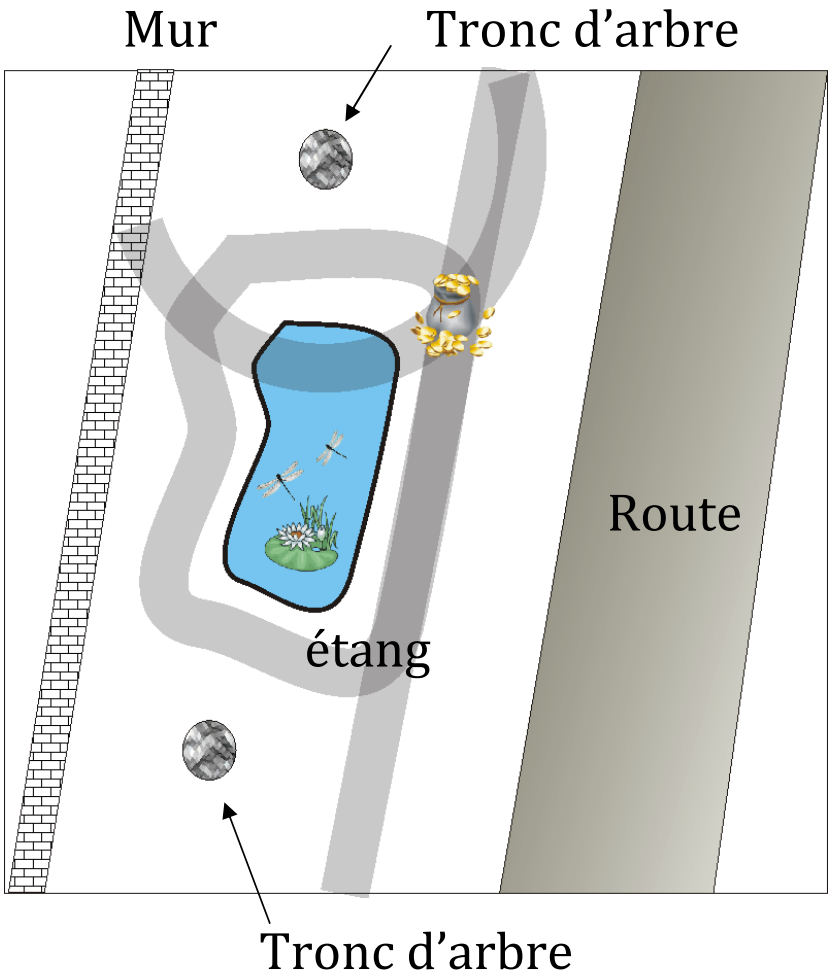
- Informations sur la position de l'objet
  - « A un pas de l'étang »
  - « A deux pas de la route »

Exemple



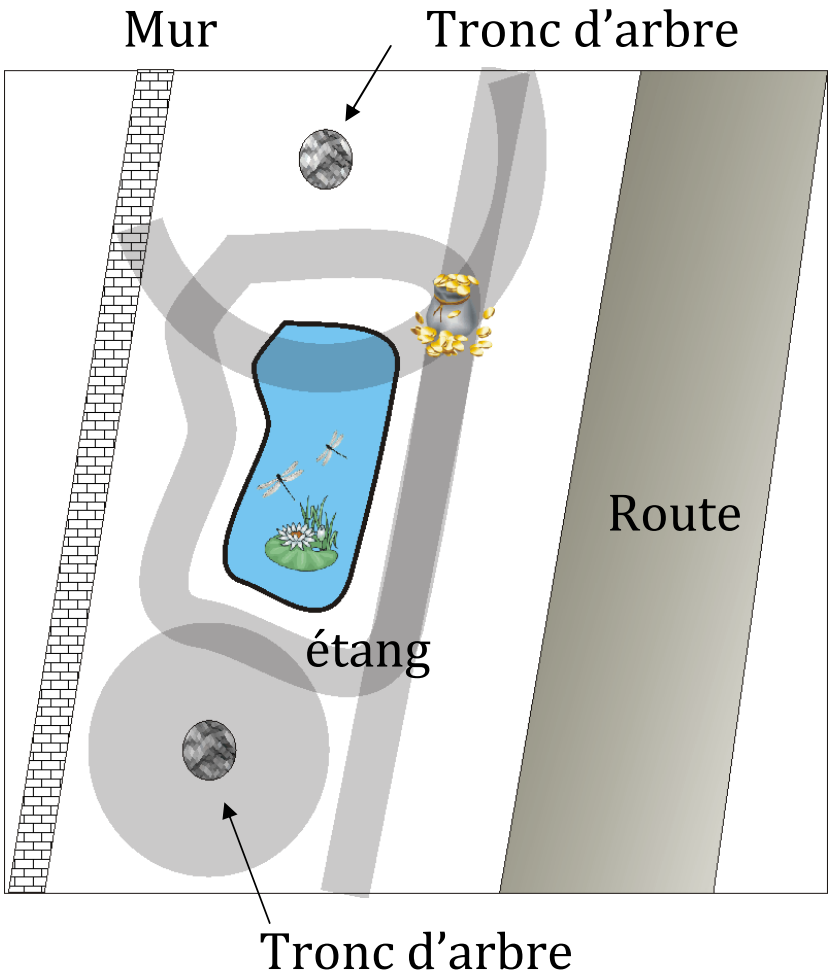
- Informations sur la position de l'objet
  - « A un pas de l'étang »
  - « A deux pas de la route »
  - « A trois pas de l'arbre nord»

Exemple



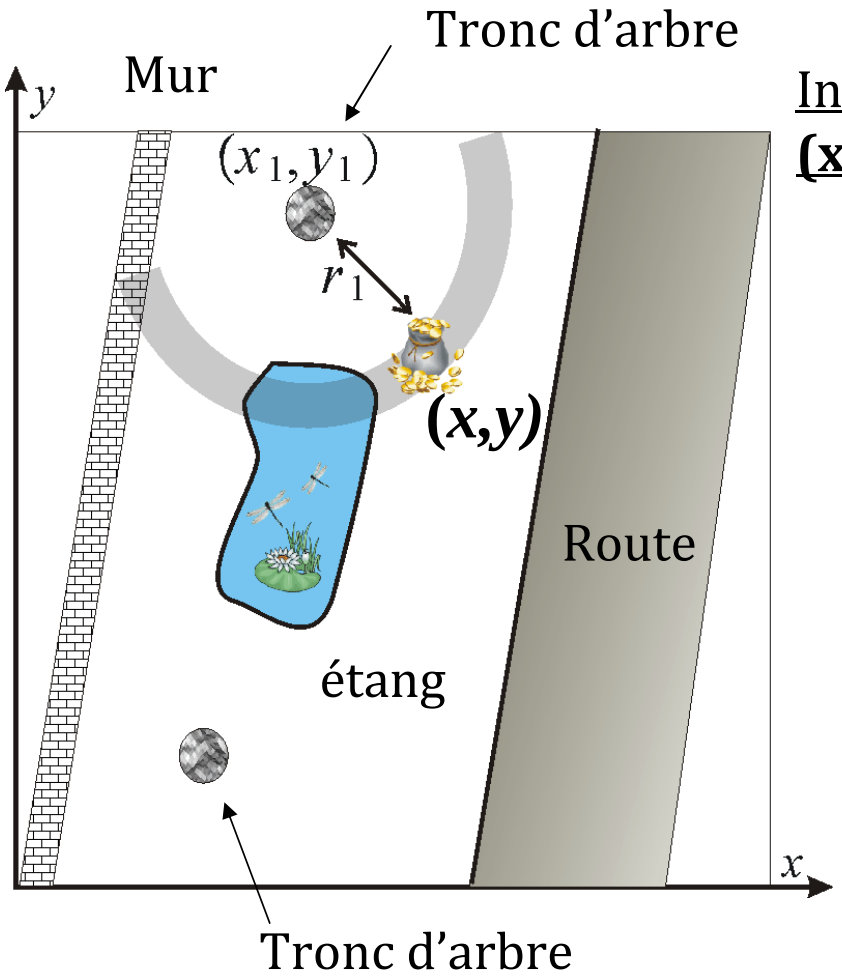
- Informations sur la position de l'objet
  - « A un pas de l'étang »
  - « A deux pas de la route »
  - « A trois pas de l'arbre nord»

Exemple



- Informations sur la position de l'objet
  - « A un pas de l'étang »
  - « A deux pas de la route »
  - « A trois pas de l'arbre nord»
  - « Sous l'arbre sud »

Modélisation mathématique



<u>Informations (**contraintes**) sur la position **(x,y)** de l'objet :</u>

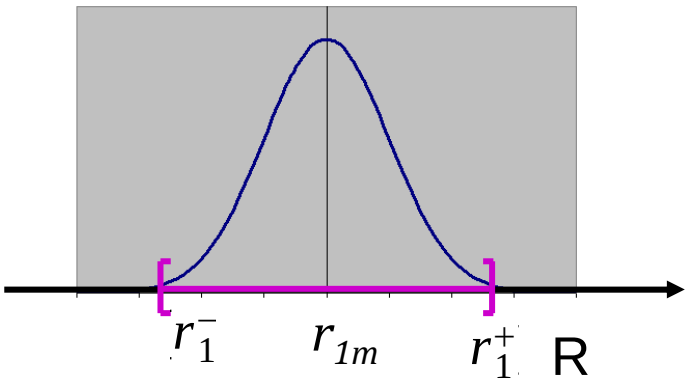
« A trois pas de l'arbre nord»

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2$$

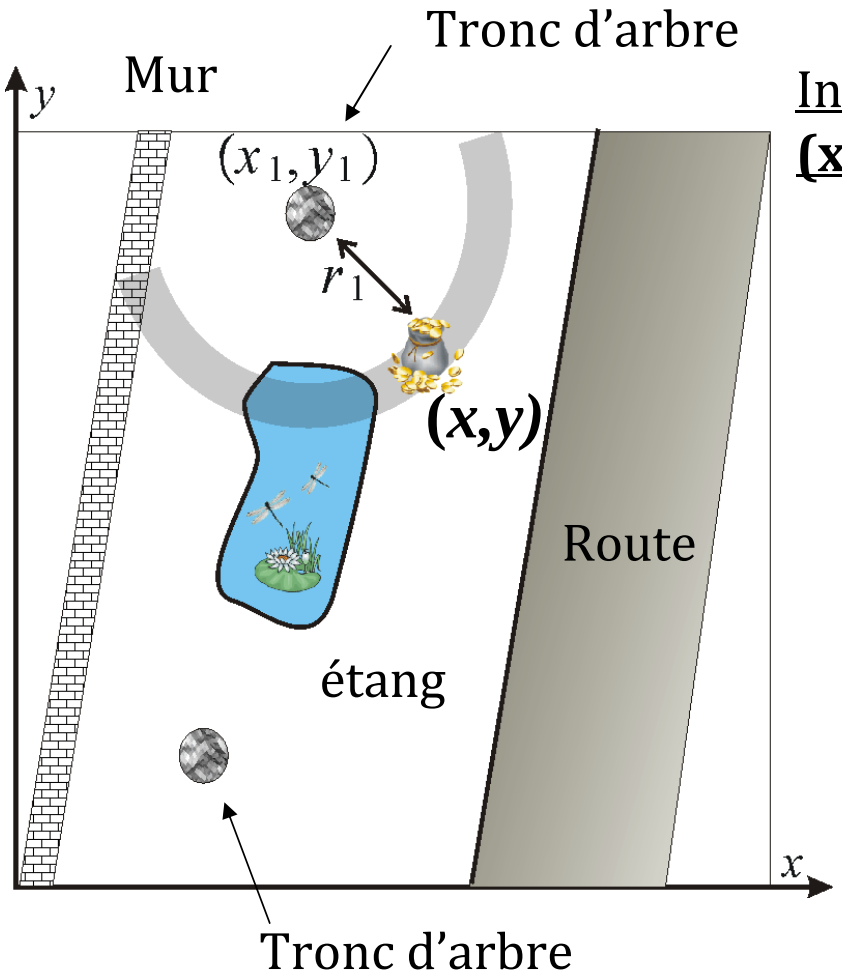
Incertitude sur la mesure de r_1

$$r_1 \in [r_1^-, r_1^+]$$

Gaussienne



Modélisation mathématique



<u>Informations (**contraintes**) sur la position **(x,y)** de l'objet :</u>

« A trois pas de l'arbre nord»

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2$$

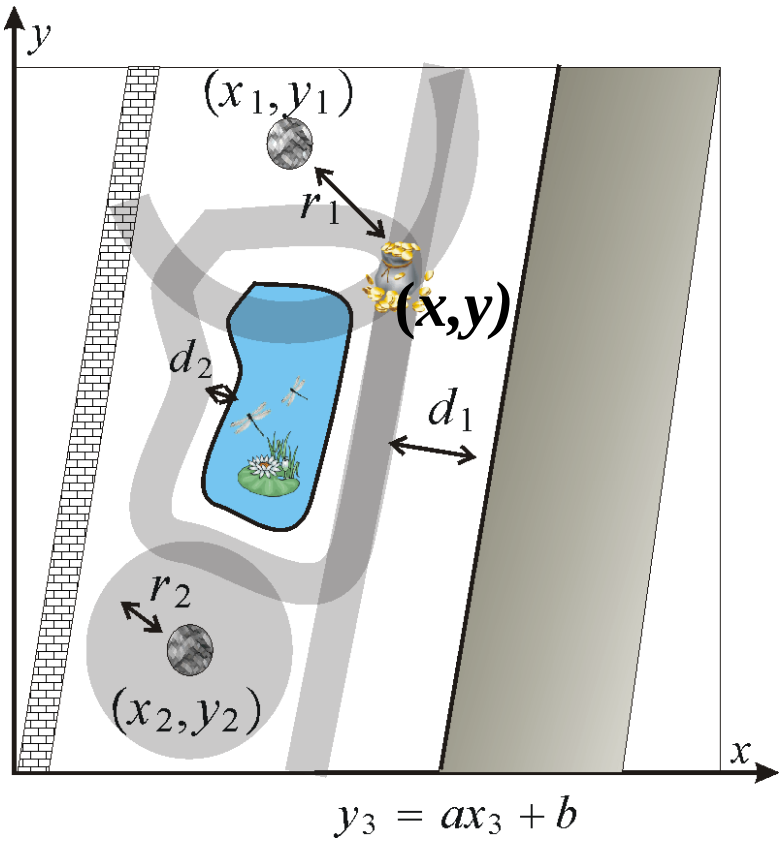
Incertitude sur la mesure de r_1

$$r_1 \in [r_1^-, r_1^+]$$

Incertitude sur les coordonnées du tronc

$$x_1 \in [x_1^-, x_1^+], y_1 \in [y_1^-, y_1^+]$$

Modélisation mathématique



<u>Informations (**contraintes**) sur la position **(x,y)** de l'objet :</u>

« A trois pas de l'arbre nord»

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2$$

« A deux pas de la route »

$$y = ax + b + \frac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))}$$

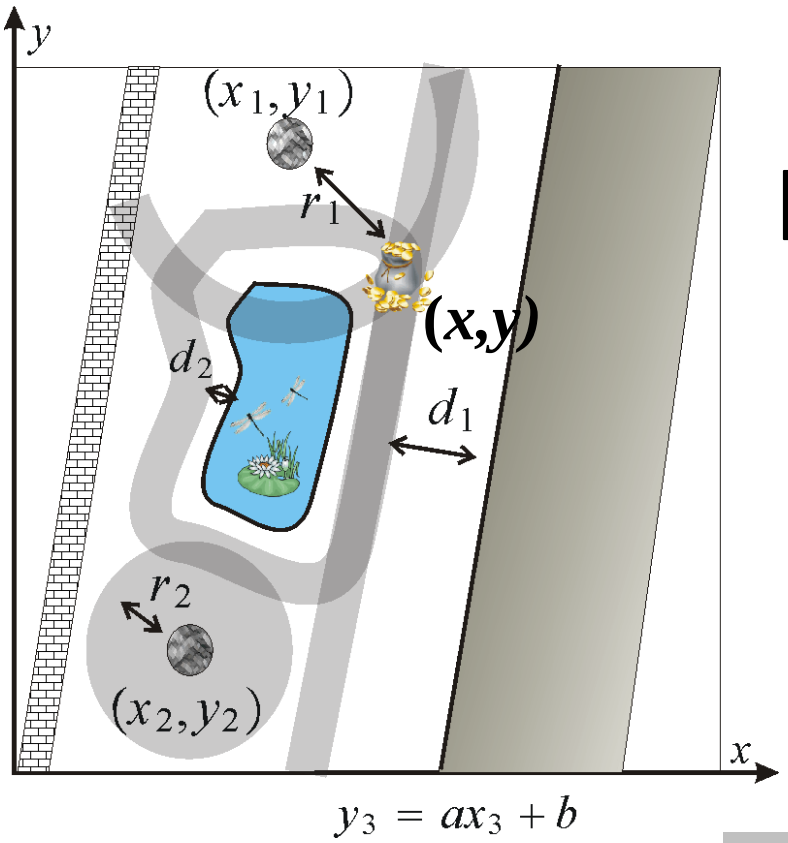
« A un pas de l'étang »

$$distance((x,y), étang) = d_2$$ *

« Sous l'arbre sud »

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2$$

Modélisation mathématique



$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2 \\ y = ax + b + \dfrac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))} \\ distance((x,y), étang) = d_2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2 \end{cases}$$

$$x \in [x^-, x^+], y \in [y^-, y^+]$$

$$r_1 \in [r_1^-, r_1^+], d_1 \in [d_1^-, d_1^+], \ldots$$

$$x_1 \in [x_1^-, x_1^+], y_1 \in [y_1^-, y_1^+], \ldots$$

CSP : Problème de satisfaction de **contraintes**

Problématique de la thèse

<u>Problématique 1</u>

Résoudre les **CSP relaxés** : problème de satisfaction de contraintes dont certaines peuvent ne pas être satisfaites

<u>Problématique 2</u>

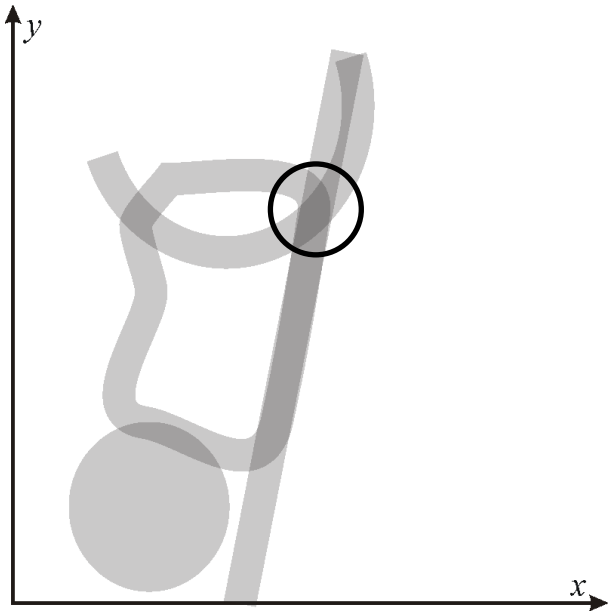
Gérer les contraintes difficilement modélisable

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2 = r_1^2 \\ y = ax+b+\dfrac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))} \\ distance((x,y),étang) = d_2 \\ (x-x_2)^2+(y-y_2)^2 = r_2^2 \end{cases}$$

$$x \in [x^-,x^+], y \in [y^-,y^+]$$

$$r_1 \in [r_1^-,r_1^+], d_1 \in [d_1^-,d_1^+], \ldots$$

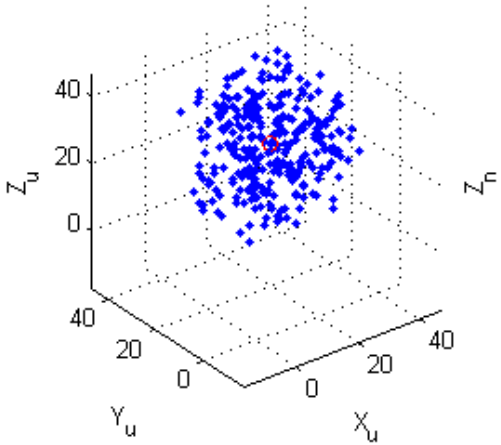
$$x_1 \in [x_1^-,x_1^+], y_1 \in [y_1^-,y_1^+], \ldots$$



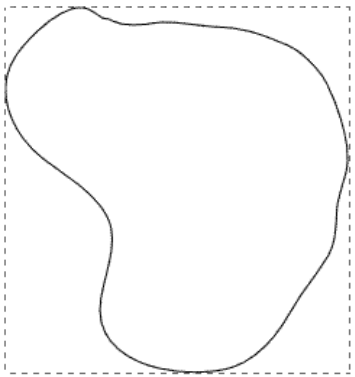
Différentes approches

- **Méthodes probabilistes** : densité de probabilité
  - Méthodes Gaussiennes (Filtre de Kalman) : problèmes linéaires, pas de données aberrantes
  - Monte Carlo (Filtre particulaire) : données aberrantes & systèmes non linéaires, domaine discrétisé
- **Méthodes ensemblistes** : ensemble de toutes les valeurs possibles
  - problèmes non linéaires, données aberrantes, domaine continus

Gaussienne



Particules



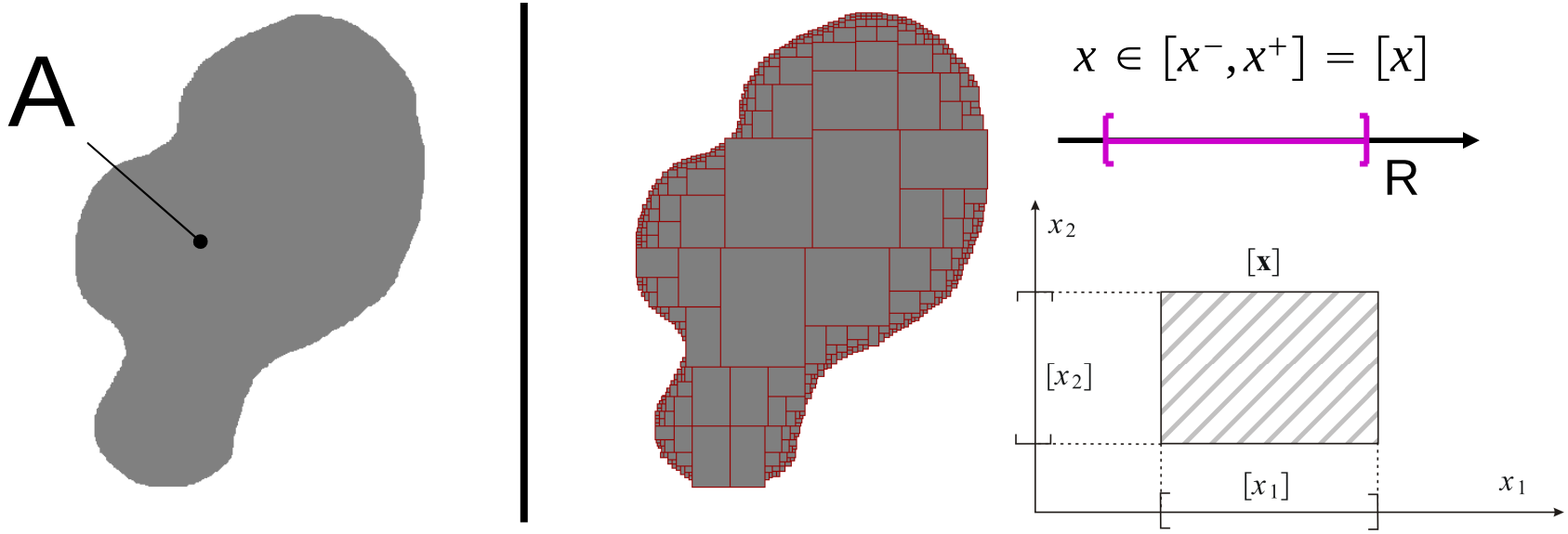
ensemble

Plan de présentation

- Résolution d'un **CSP relaxé**
- **Localisation** d'un sous-marin autonome
- Comparaison avec le **filtrage particulaire**
- Conclusion et perspectives

Théorie & Implémentation

- **Théorie ensembliste** : Formaliser une solution d'un CSP relaxé
- **Implémentation sur ordinateur** : Représenter et calculer une solution d'un CSP relaxé avec l'aide d'un ordinateur



Théorie des ensembles

Implémentation sur ordinateur

Résolution avec méthodes ensemblistes

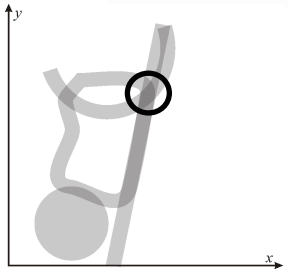
CSP relaxé ➡ Solution ?

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2 = r_1^2 \\ y = ax+b+\frac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))} \\ distance((x,y),étang) = d_2 \\ (x-x_2)^2+(y-y_2)^2 = r_2^2 \end{cases}$$

$x \in [x^-,x^+], y \in [y^-,y^+]$

$r_1 \in [r_1^-,r_1^+], d_1 \in [d_1^-,d_1^+], \ldots$

$x_1 \in [x_1^-,x_1^+], y_1 \in [y_1^-,y_1^+], \ldots$



Résolution avec méthodes ensemblistes

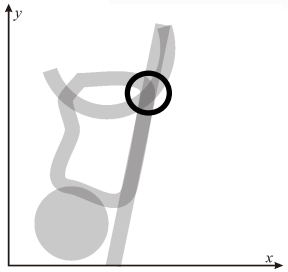
CSP relaxé ➡ Solution ?

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2 = r_1^2 \\ y = ax+b+\frac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))} \\ distance((x,y),étang) = d_2 \\ (x-x_2)^2+(y-y_2)^2 = r_2^2 \end{cases}$$

$x \in [x^-,x^+], y \in [y^-,y^+]$

$r_1 \in [r_1^-,r_1^+], d_1 \in [d_1^-,d_1^+], \ldots$

$x_1 \in [x_1^-,x_1^+], y_1 \in [y_1^-,y_1^+], \ldots$



CSP relaxé ➡ **Ensemble solution**

n contraintes (dont un certain nombre n'est pas satisfait)

Hypothèse : le nombre de données aberrantes est q

Résolution avec méthodes ensemblistes

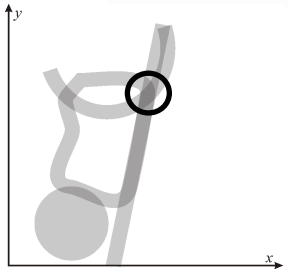
CSP relaxé ➡ Solution ?

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2 = r_1^2 \\ y = ax+b+\frac{d_1}{\cos(\tan^{-1}(a))} \\ distance((x,y),étang) = d_2 \\ (x-x_2)^2+(y-y_2)^2 = r_2^2 \end{cases}$$

$x \in [x^-,x^+], y \in [y^-,y^+]$

$r_1 \in [r_1^-,r_1^+], d_1 \in [d_1^-,d_1^+], \ldots$

$x_1 \in [x_1^-,x_1^+], y_1 \in [y_1^-,y_1^+], \ldots$



CSP relaxé ➡

- Polynômes ensemblistes
- Accumulateurs

Polynômes ensemblistes

Résolution avec méthodes ensemblistes

Soit le CSP relaxé suivant

contrainte sur **x**

$$\mathbf{f}_i : \mathrm{R}^m \to \mathrm{R}^{p_i}$$

$$\boxed{\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) \in [\mathbf{y}_i],}$$

$$\mathbf{x} \in \mathrm{X}_0, [\mathbf{y}_i] \in \mathrm{IR}^{p_i}, i \in \{1,..,n\}.$$

inconnue connues

Exemple d'une contrainte

$$\boxed{\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \in [r^-, r^+]}$$

$$f([\mathbf{x}]) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

$$[y] = [r^-, r^+]$$

Résolution avec méthodes ensemblistes

On définit l'ensemble des éléments qui satisfont **la ième** contrainte

$$\boxed{\mathbb{X}_i = \{\mathbf{x} \in \mathbb{X}_0, \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) \in [\mathbf{y}_i], [\mathbf{y}_i] \in \mathbb{IR}^{p_i}\}, i \in \{1,..,n\}}$$

<u>Soit le CSP relaxé suivant</u>

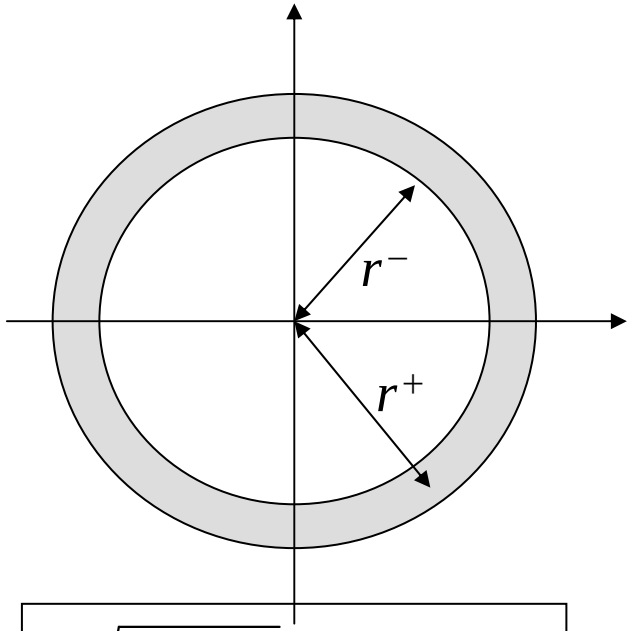
contrainte sur **x**

$$\mathbf{f}_i : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^{p_i}$$

$$\boxed{\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) \in [\mathbf{y}_i],}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbb{X}_0, [\mathbf{y}_i] \in \mathbb{IR}^{p_i}, i \in \{1,..,n\}.$$

inconnue connues



$$\boxed{\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \in [r^-, r^+]}$$

Résolution avec méthodes ensemblistes

CSP relaxé → **Ensembles définis par les contraintes** → **Solution**

Ensemble de contraintes → $\{X_1, X_2, .., X_n\}$ → Combinaison des X_i

Polynômes ensemblistes

Polynômes formels

- L'ensemble des sous ensembles de R^m est un semi-anneau

$$(P\ (R^m), \cup, \cap, \emptyset, R^m)$$

$$(R, +, *, 0, 1)$$

$$\downarrow$$

Polynômes formels

Polynômes ensemblistes

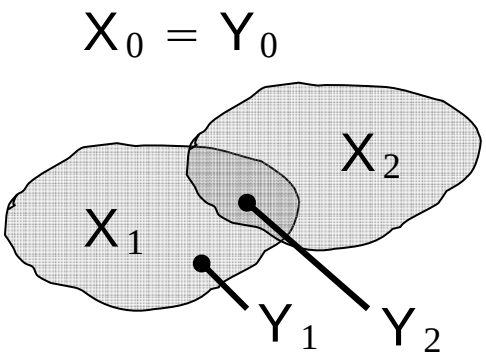
- **Définition** : C'est un polynôme dont les coefficients sont des ensembles

$$\boxed{X(s) = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{X}_k s^k}$$

Exemple. $X(s) = [-2,3]s^3 + [1,\infty]s^2 + [2,4]s + [5,8].$

Polynômes ensemblistes & CSPs

Un **CSP** relaxé à deux contraintes



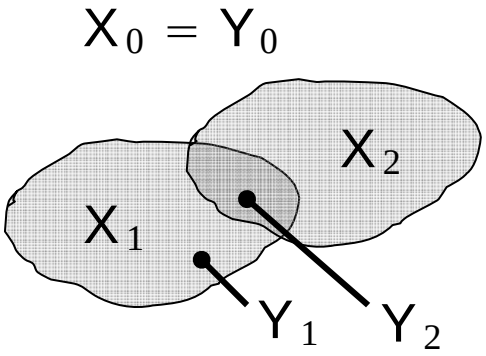
q=0 $\quad \bar{Y}_2 = \bar{X}_1 \cap \bar{X}_2$

q=1 $\quad Y_1 = X_1 \cup X_2$

q=2 $\quad Y_0 = X_0$

Polynômes ensemblistes & CSPs

Un **CSP** relaxé à deux contraintes



$$X^*(s) = (X_1 s + X_0) * (X_2 s + X_0)$$
$$= (X_1 * X_2)s^2 + (X_1 * X_0 + X_2 * X_0)s + X_0 * X_0$$

Polynômes ensemblistes & CSPs

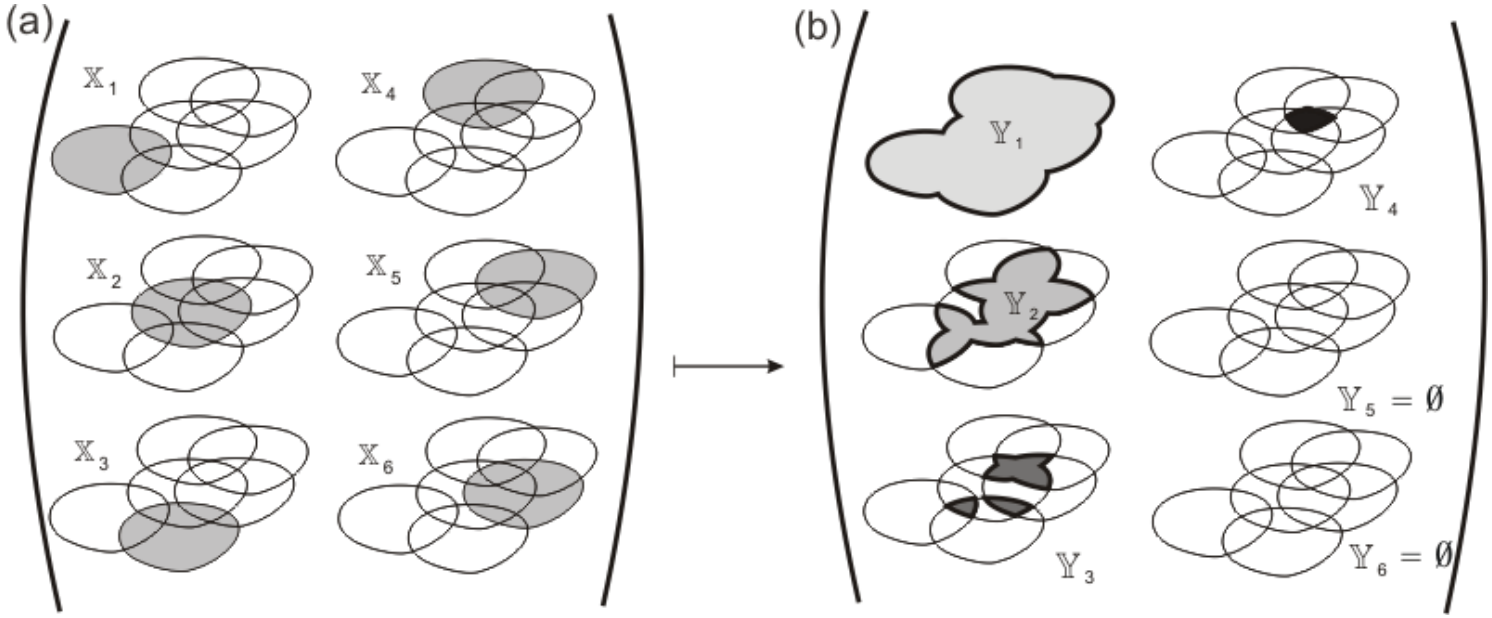
Pour chaque contrainte on définit les ensembles X_i ainsi que le polynômes

$$X^*(s) = \prod_{i=1}^{n} (\mathsf{X}_i s + \mathsf{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathsf{Y}_k s^k$$

Polynômes ensemblistes & CSPs

Pour chaque contrainte on définit les ensembles X_i ainsi que le polynômes

$$X^*(s) = \prod_{i=1}^{n} (\mathsf{X}_i s + \mathsf{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathsf{Y}_k s^k$$



Ensembles qui satisfont **une** contrainte à la fois

Ensembles qui satisfont un **certain nombre** de contraintes à la fois

Récursivité

Pour chaque contrainte on définit les ensembles X_i ainsi que le polynômes

$$X^*(s) = \prod_{i=1}^{n} (\mathrm{X}_i s + \mathrm{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{Y}_k s^k$$

Soit une contrainte supplémentaire (la (n+1)^{ième})

$$(\mathrm{X}_{n+1} s + \mathrm{X}_0) * X^*(s)$$

$$\mathrm{Y}_{k+1}^{(n+1)} = \mathrm{X}_{n+1} * \mathrm{Y}_k^{(n)} + \mathrm{Y}_{k+1}^{(n)}$$

Les accumulateurs

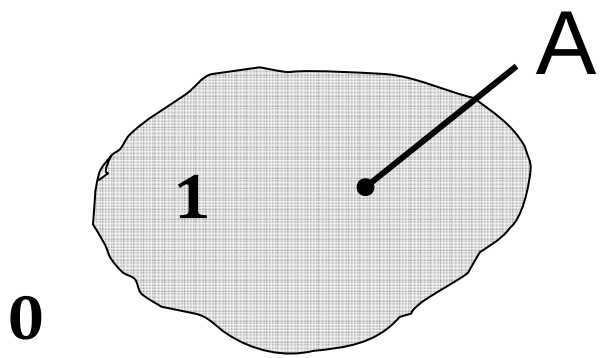
Les accumulateurs

Définition : fonction caractéristique d'un ensemble:

Soit A un ensemble de R^m.

Soit $\chi(A)$ sa fonction caractéristique. On a

$$\begin{cases} \chi(A)(\mathbf{x}) = 1 \text{ si } \mathbf{x} \in A \\ \chi(A)(\mathbf{x}) = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$



Résolution avec méthodes ensemblistes

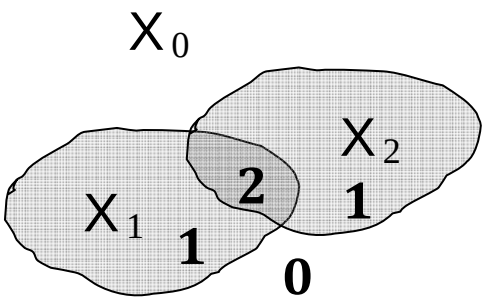
CSP relaxé → **Ensembles définis par les contraintes** → **Solution**

Ensemble de contraintes → $\{X_1, X_2, .., X_n\}$ → Combinaison des $\chi(X_i)$

Accumulateurs

Les accumulateurs & CSPs

Un **CSP relaxé** à deux contraintes



$A : X_0 \to N,$

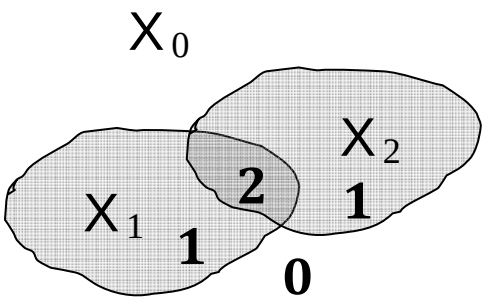
$\mathbf{x} \mapsto \chi(X_1)(\mathbf{x}) + \chi(X_2)(\mathbf{x}).$

Les accumulateurs & CSPs

On définit l'**accumulateur**

$$A : X_0 \to N, A = \sum_{i \in \{1,..,n\}.} \chi(X_i).$$

Un **CSP relaxé** à deux contraintes

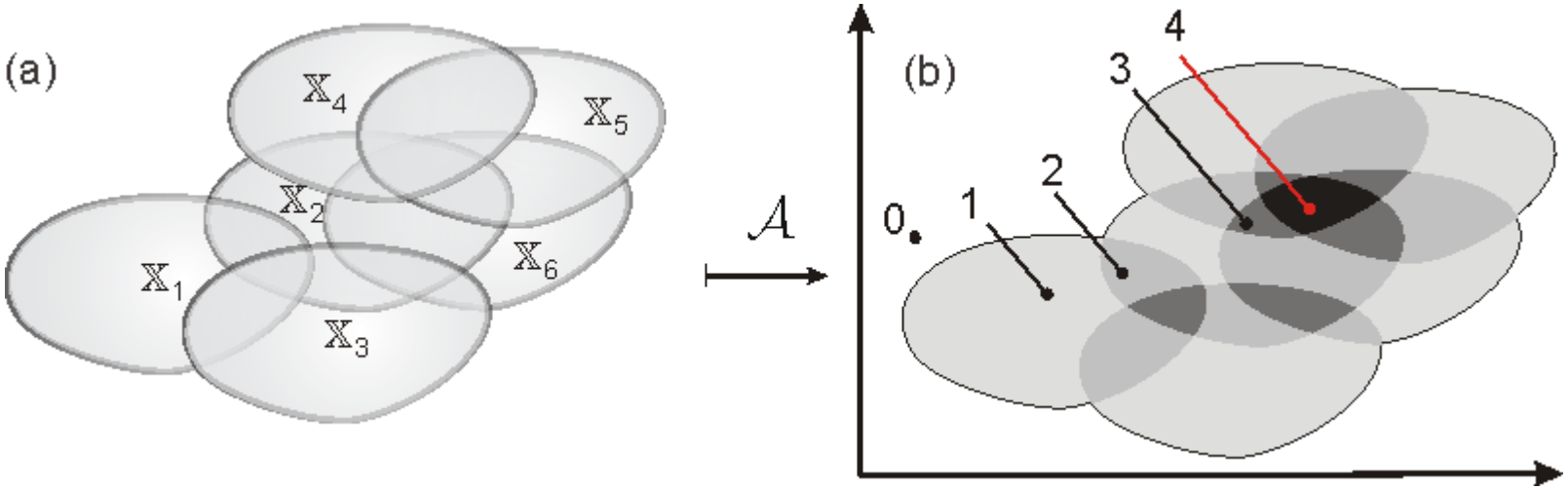


$$A : X_0 \to N,$$
$$\mathbf{x} \mapsto \chi(X_1)(\mathbf{x}) + \chi(X_2)(\mathbf{x}).$$

Les accumulateurs

On définit l'**accumulateur**

$$A : X_0 \rightarrow N, A = \sum_{i \in \{1,..,n\}.} \chi(X_i).$$

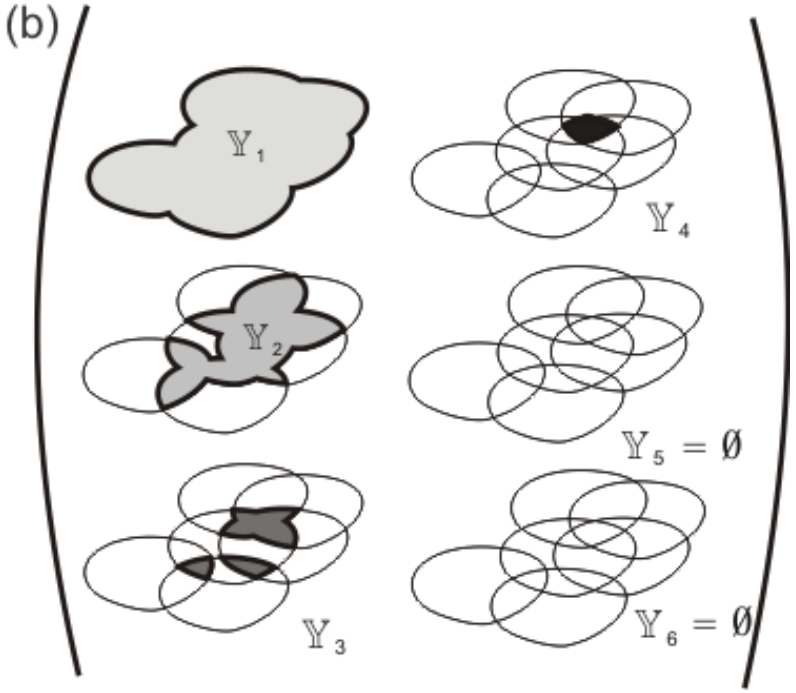


Ensembles qui satisfont **une** contrainte à la fois

Fonction qui retourne pour chaque **x** le **nombre** de **contraintes satisfaites**

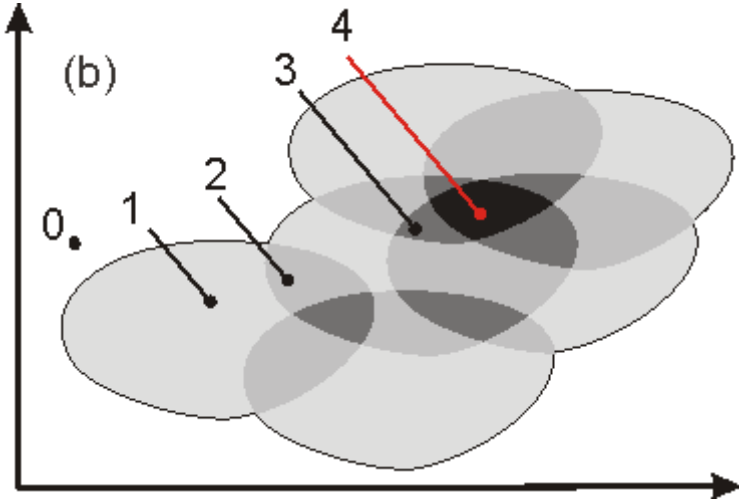
Dualité : Accumulateurs / Polynômes

$$X^*(s) = \prod_{k=1}^{n}(\mathrm{X}_k s + \mathrm{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{Y}_k s^k$$



Nombre de contraintes satisfaites
→ ensemble

$$\mathrm{A} : \mathrm{X}_0 \to \mathrm{N}, \mathrm{A} = \sum_{i \in \{1,..,n\}.} \chi(\mathrm{X}_i).$$

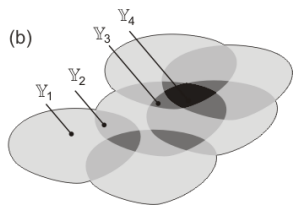
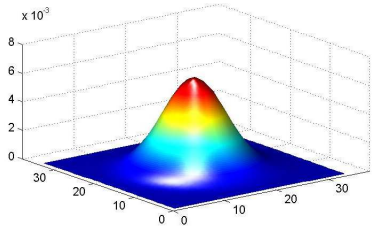


Point ou ensemble
→ Nombre de contraintes satisfaites

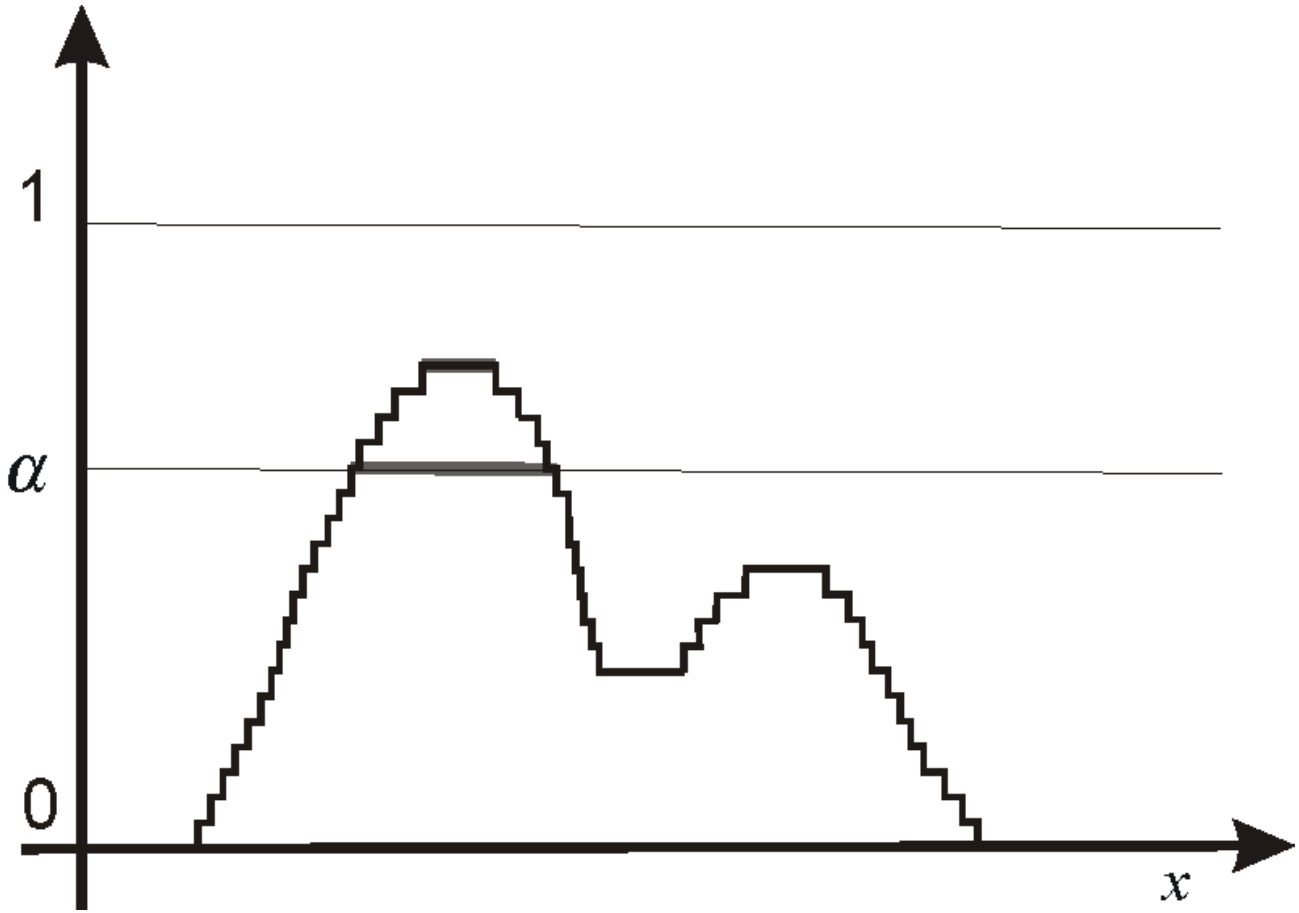
Dualité : Accumulateurs / Polynômes

$$X^*(s) = \prod_{i=1}^{n}(\mathrm{X}_i s + \mathrm{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{Y}_k s^k$$

$$\mathrm{A} : \mathrm{X}_0 \to \mathrm{N}, \mathrm{A} = \sum_{i\in\{1,..,n\}.} \chi(\mathrm{X}_i).$$

	Polynômes	Accumulateurs
Nature	Ensembles	Fonction caractéristique
Incorporation d'information	*	+
Comparaison	$\subset$	$\leq$
Opérations	$\cup, \cap$	**max, min**
Cas d'utilisations	Grande dimension, solutions ponctuelles 	Beaucoup de contraintes 

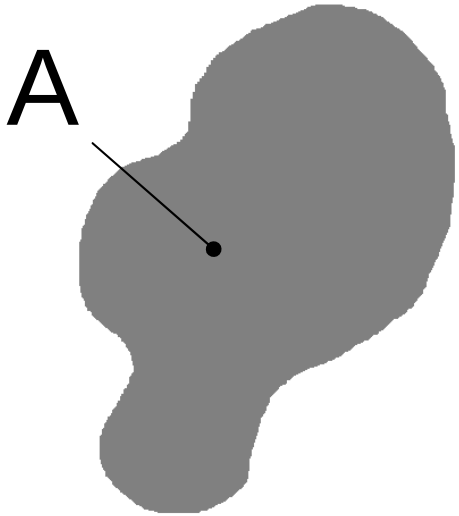
Lien avec les f^cts de croyance



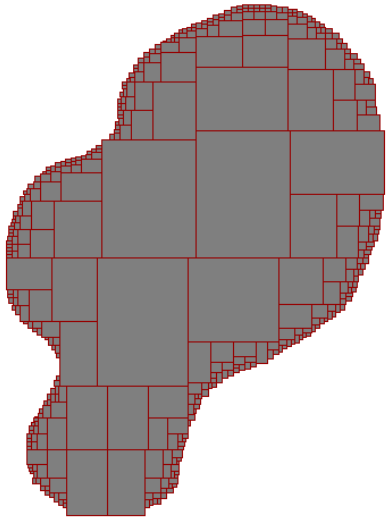
Implémentation sur ordinateur

Théorie & Implémentation

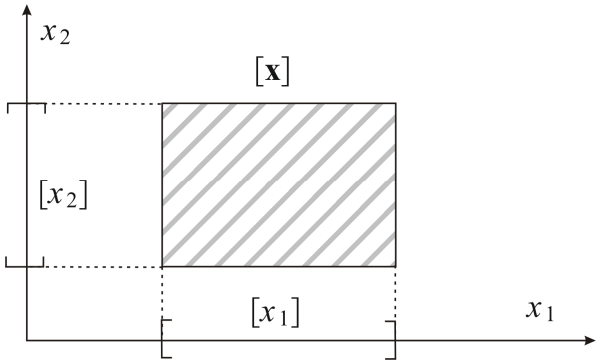
- **Théorie ensembliste** : Formaliser une solution d'un CSP relaxé
- **Implémentation sur ordinateur** : Représenter et calculer une solution d'un CSP relaxé avec l'aide d'un ordinateur



Théorie des ensembles



$$x \in [x^-, x^+] = [x]$$



Implémentation sur ordinateur

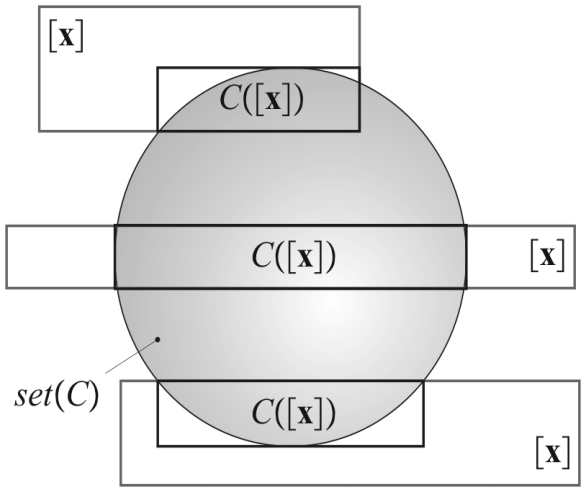
Sommaire

- Les contracteurs
- Polynômes ensemblistes
- Accumulateurs
- Contracteur sur l'image (contraintes irrégulières)

Implémentation sur ordinateur

- Un **contracteur** (associé à une contrainte) : opérateur qui réduit la taille d'un boite telle qu'elle conserve tout les points qui satisfont la contrainte + autres conditions

Contrainte /ensemble ⟶ Contracteur



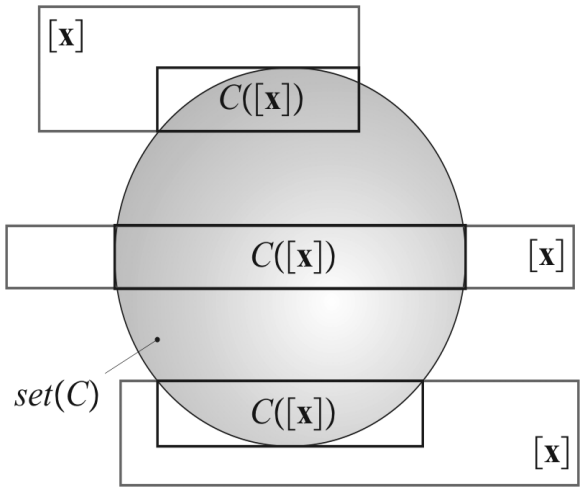
$$C : \mathbb{IR} \to \mathbb{IR}$$
$$[\mathbf{x}] \mapsto C([\mathbf{x}]).$$

Contrainte et contracteur associé

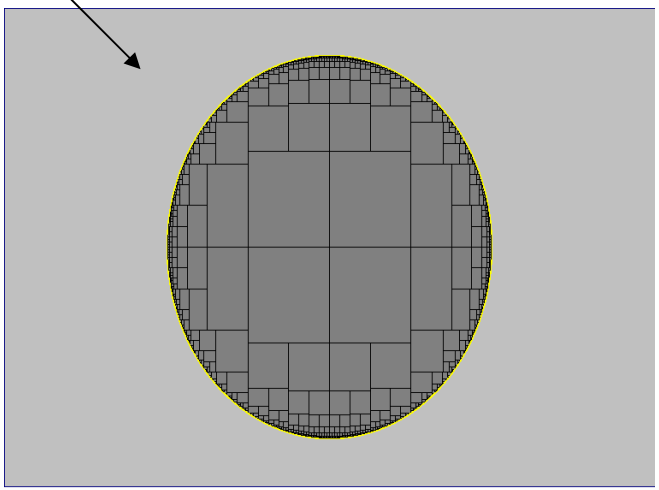
Implémentation sur ordinateur

contrainte → contracteur → Algorithme ensembliste → Sous-pavage

C



Contrainte et contracteur associé



Sous-pavage

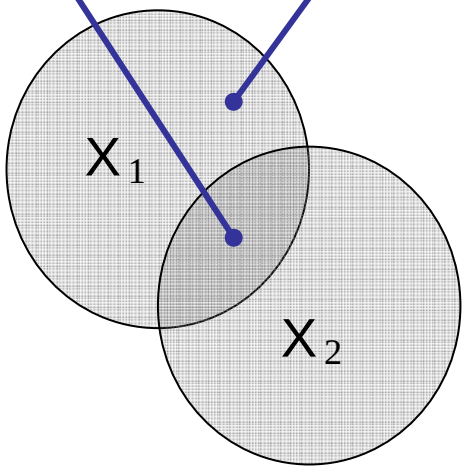
Ensembles et contracteur

correspondance

Théorie

$X = X_1 \cap X_2$

$X = X_1 \cup X_2$



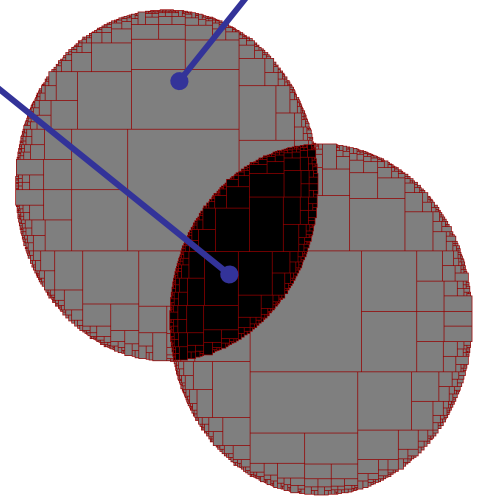
Ensembles / Contraintes

$(X_1, X_2) \rightarrow (C_1, C_2)$

Implémentation

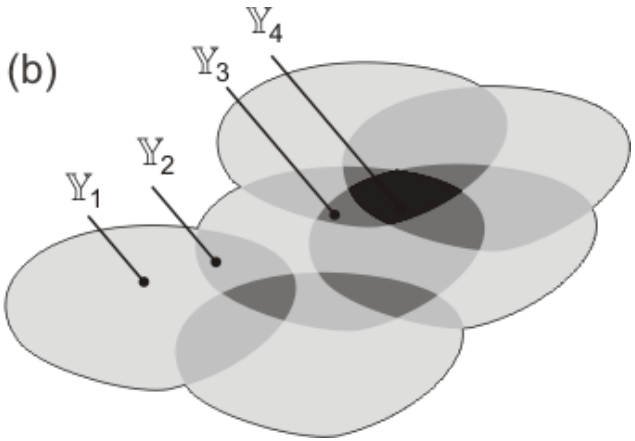
$C = C_1 \sqcup C_2$

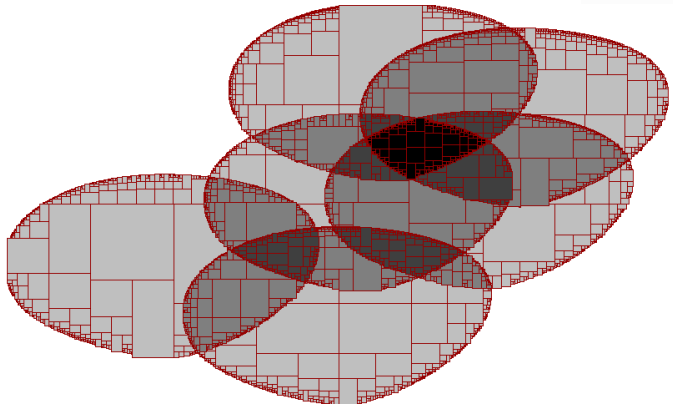
$C = C_1 \cap C_2$



Sous-pavages associés

Implémentation des polynômes





Polynôme **ensembliste** solution du CSP relaxé

Polynôme de **contracteurs** qui permettent de calculer le polynôme solution

$$X^*(s) = \prod_{k=1}^{n}(\mathrm{X}_k s + \mathrm{X}_0) = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{Y}_k s^k \longrightarrow C^*(s) = \prod_{k=1}^{n}(C_k s + C_0) = \sum_{k=0}^{n} C_k^* s^k$$

$$\boxed{\begin{array}{c} "*" \rightarrow "\cap" \\ "+" \rightarrow "\sqcup" \end{array}}$$

Implémentation des accumulateurs

La solution d'un CSP relaxé sous forme d'un **accumulateur**

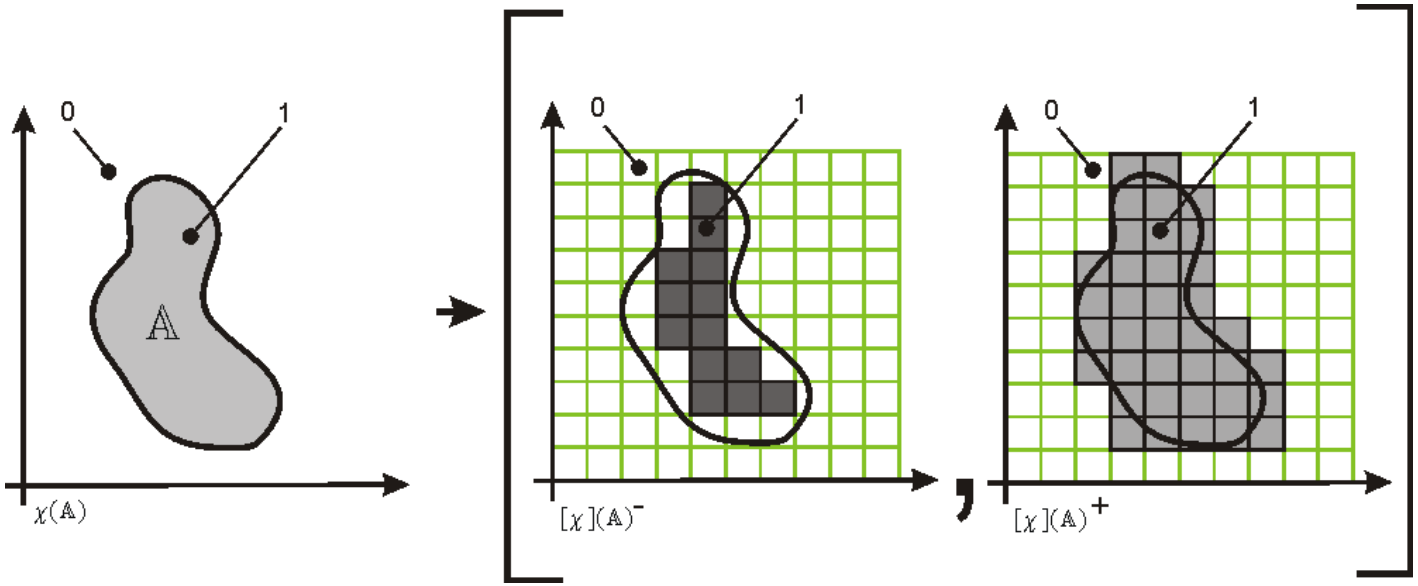
$$A : X_0 \rightarrow N, A = \sum_{i \in \{1,..,n\}.} \chi(X_i).$$

Implémentation des accumulateurs

La solution d'un CSP relaxé sous forme d'un **accumulateur**

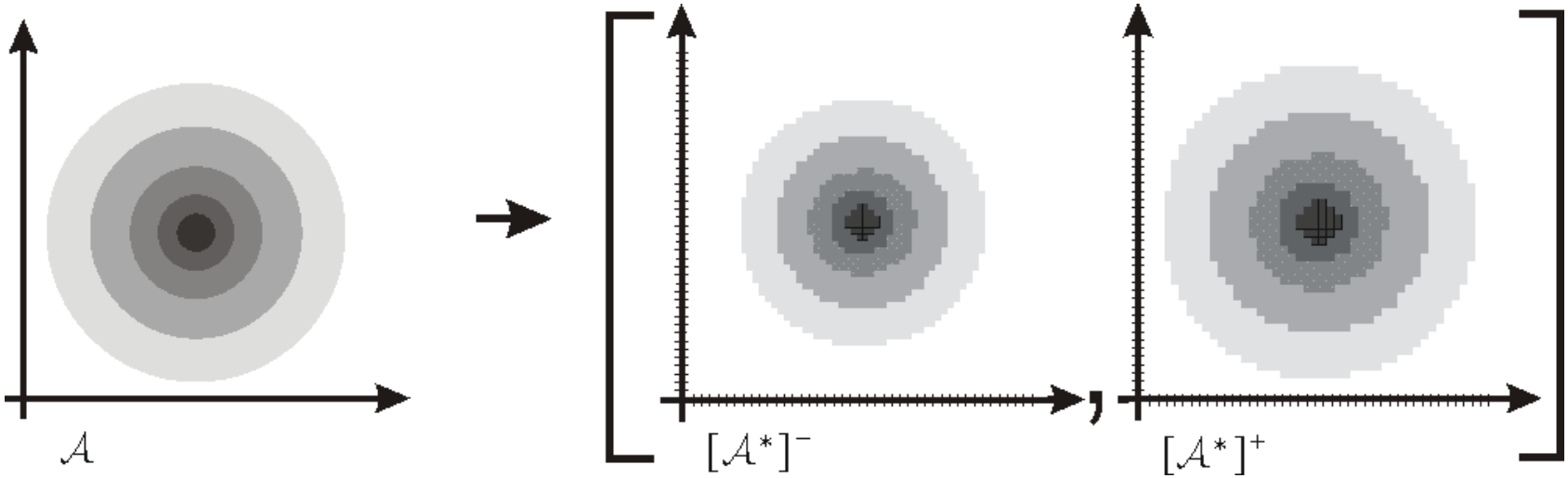
$$A : X_0 \rightarrow N, A = \sum_{i \in \{1,..,n\}.} \chi(X_i).$$

La fonction caractéristique est une grille de boites



Implémentation des accumulateurs

- Un **accumulateur** : deux grilles de boites avec des nombres

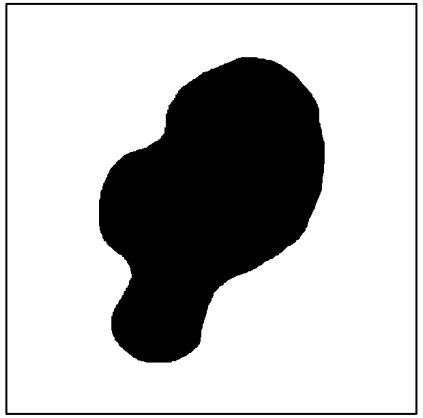


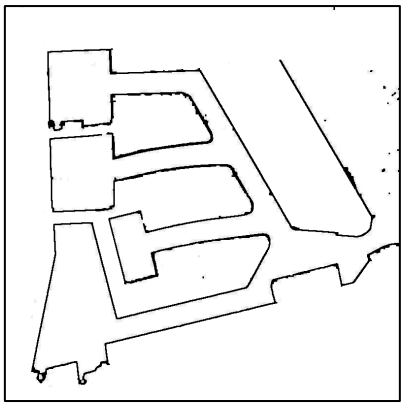
Accumulateur continu

Accumulateur discret (intervalle)

Le contracteur sur l'image

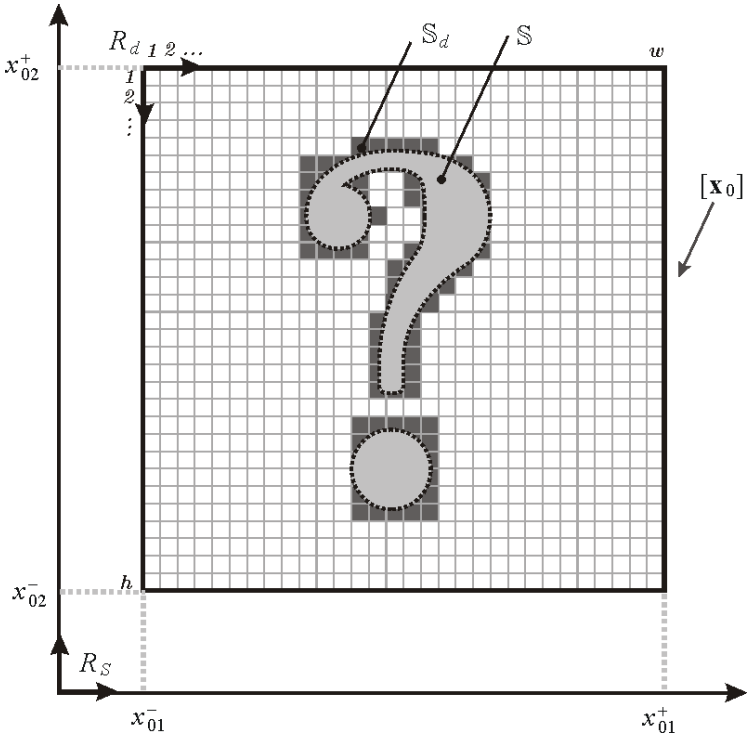
- Comment exprimer une contrainte difficilement modélisable?

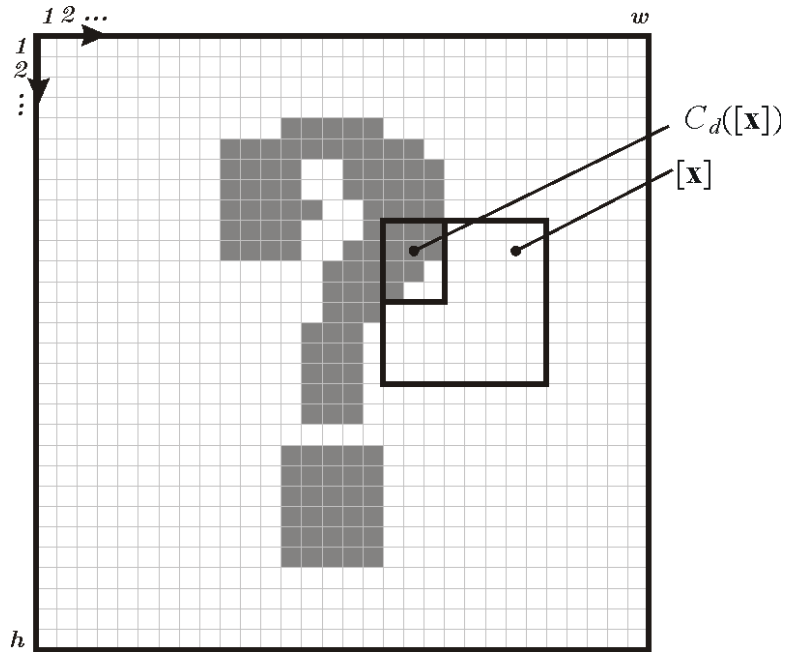




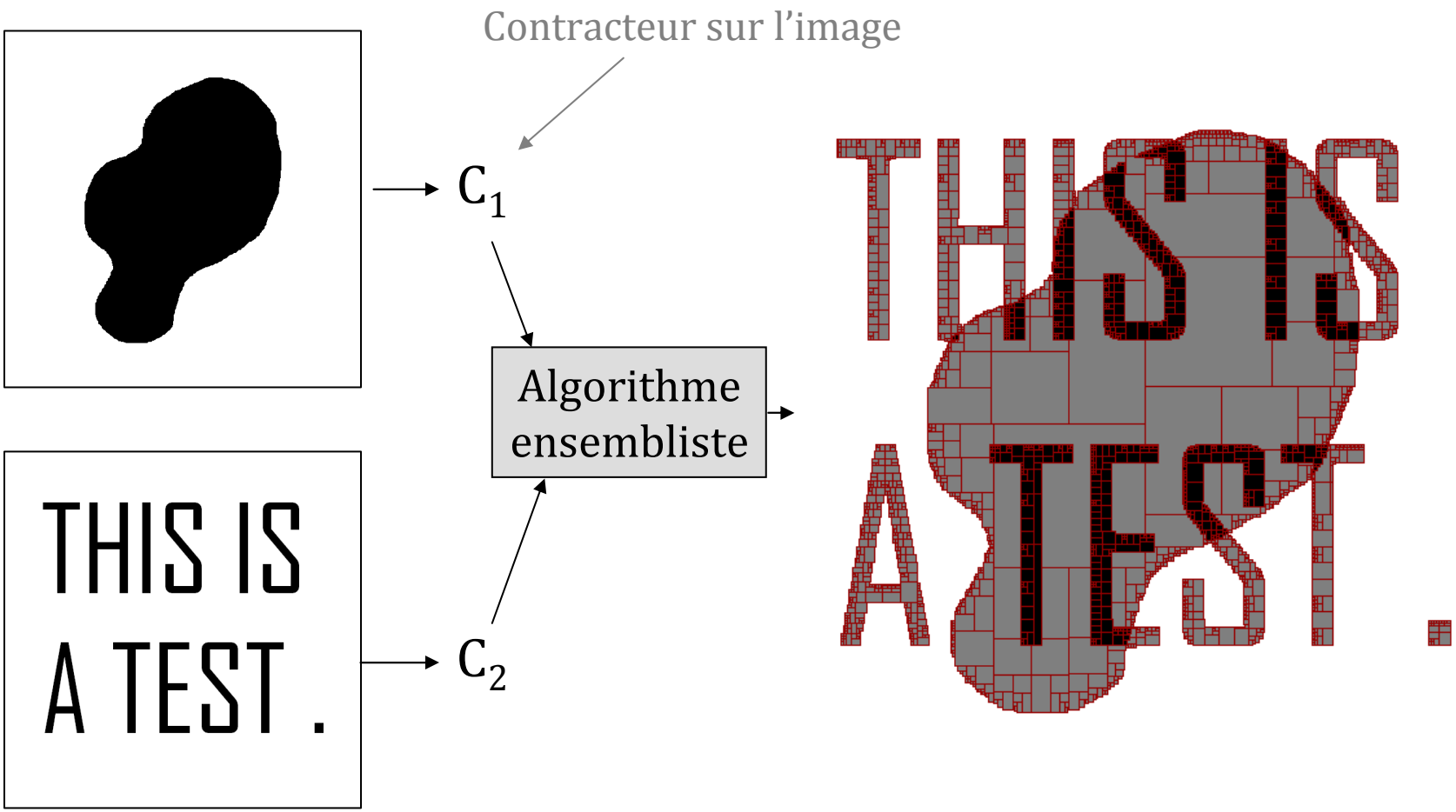
Le contracteur sur l'image

- Considérer un ensemble
- Prendre une « image » de cet ensemble (approximation)
- Construire un contracteur rapide sur cette image

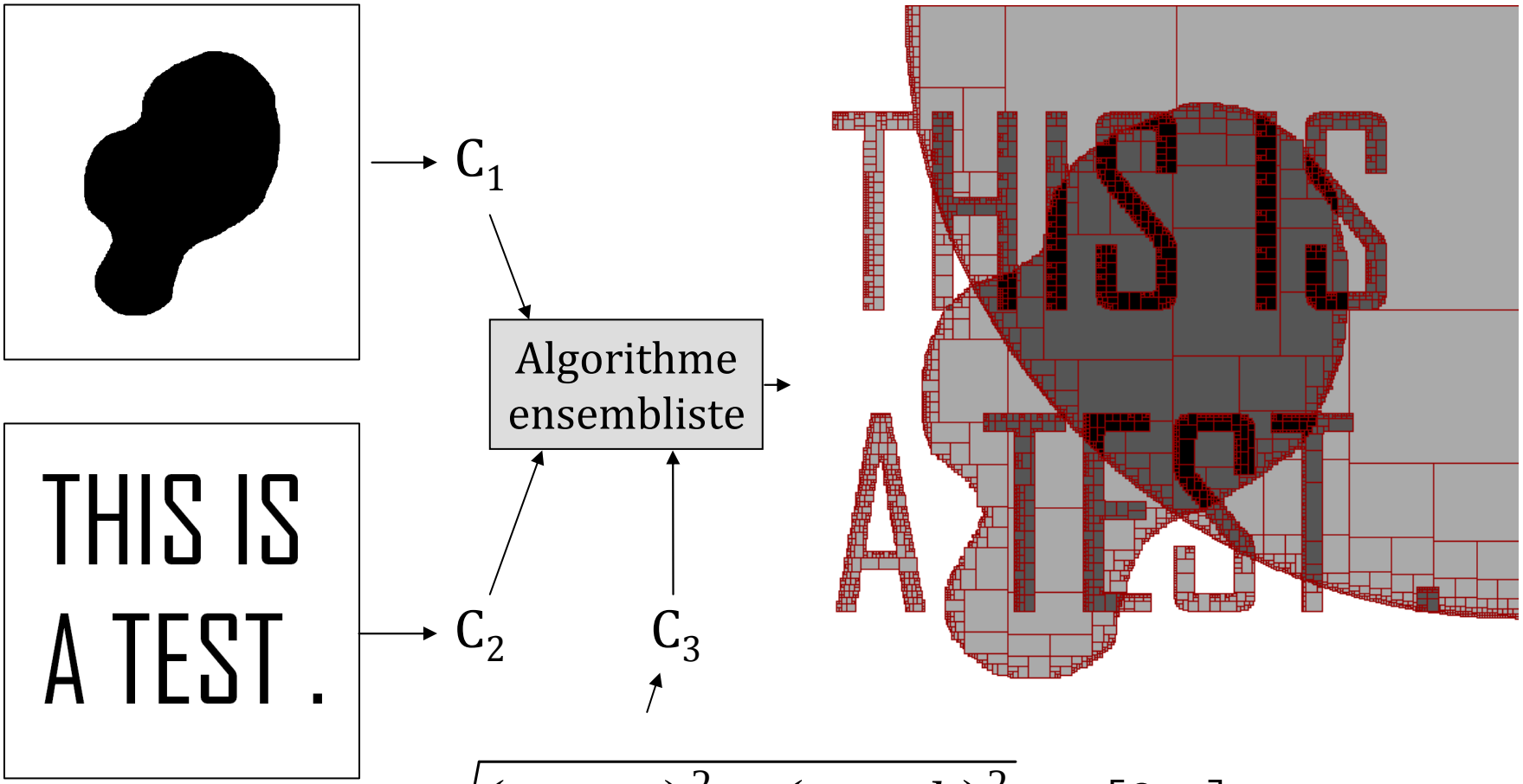




Souplesse d'implémentation



Collaboration de contracteurs hétérogènes

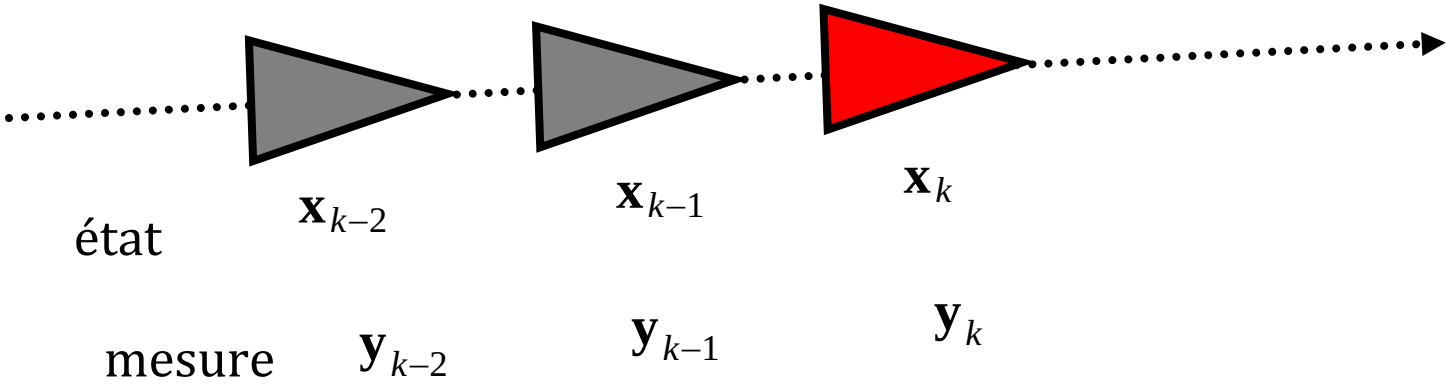


$$\sqrt{(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2} \in [0, r]$$

Applications

- Exemple de **localisation** d'un sous-marin avec un **sonar**
- Comparaison avec le **filtrage particulaire**

Modélisation d'un problème dynamique



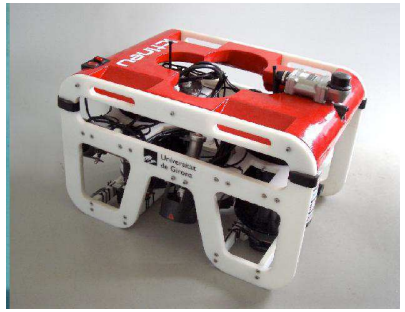
<u>A chaque instant k on a</u>

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{x_{k+1}} &= \mathbf{f_k}(\mathbf{x_k}) \\ \mathbf{y_k} &= \mathbf{g_k}(\mathbf{x_k}). \end{aligned}} \longrightarrow \begin{cases} \mathbf{g}_k(\mathbf{x}_k) = \mathbf{y}_k \\ \mathbf{g}_{k-1} \circ \mathbf{f}_{k-1}^{-1}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{y}_{k-1} \\ \dots \\ \mathbf{g}_{k-n-1} \circ \mathbf{f}_{k-n-1}^{-1} \circ \dots \circ \mathbf{f}_{k-1}^{-1}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{y}_{k-n} \\ \mathbf{x}_k \in \mathrm{R}^m, \mathbf{y}_i \in [\mathbf{y}_i], i \in \{k-n, \dots, k\}. \end{cases}$$

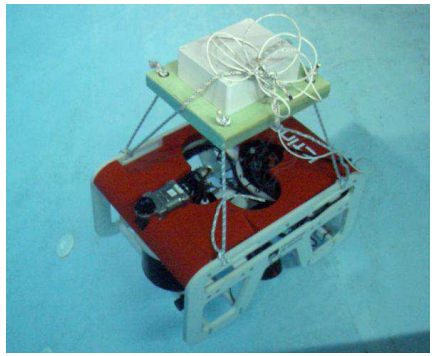
<u>CSP relaxé</u>

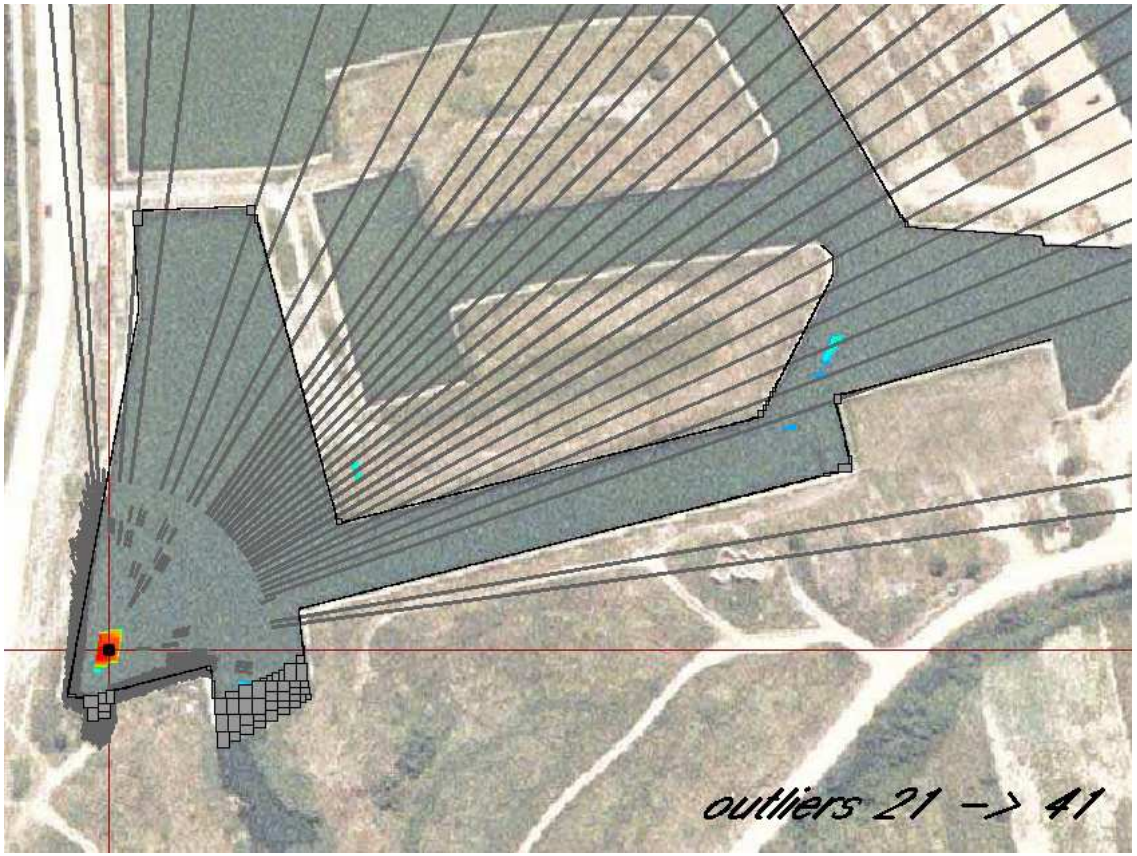
Exemple de localisation I

- Utilisation d'un jeu de données prises dans une marina de Costa Brava

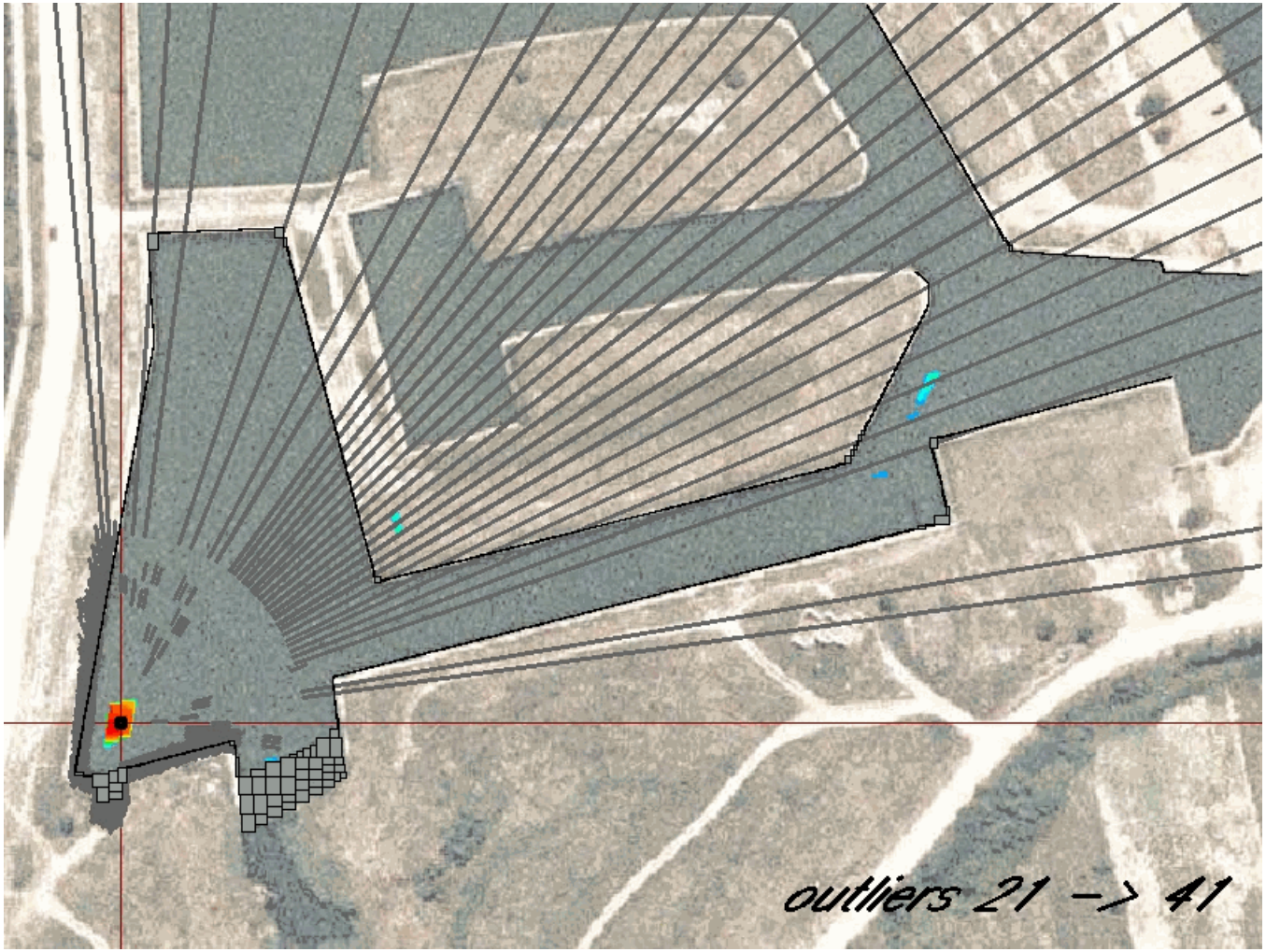


Ictineu AUV
Univ. de Girone



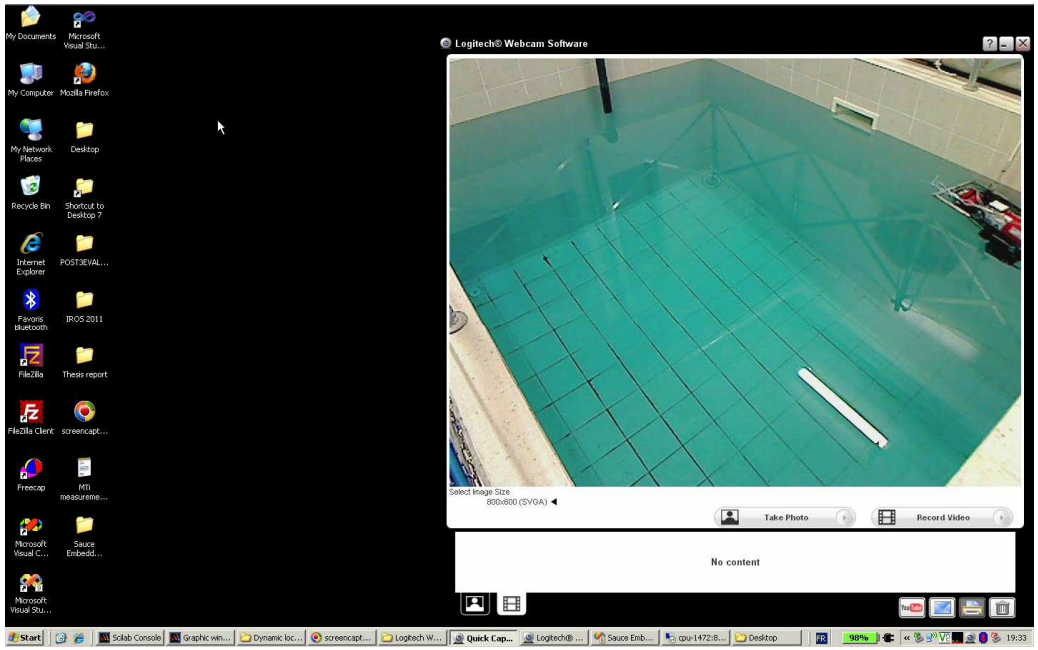


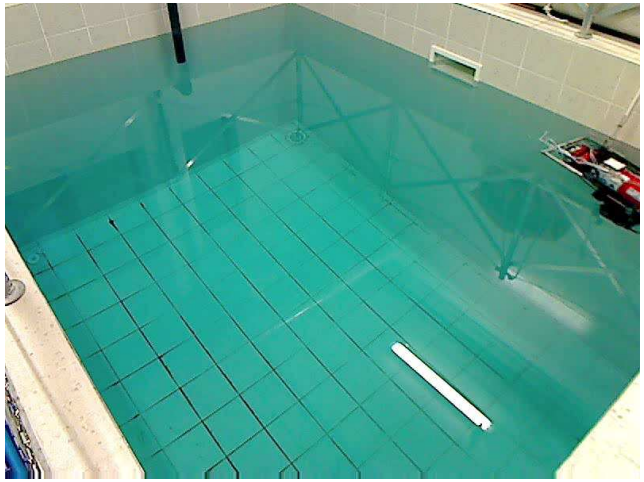
Résultat de localisation



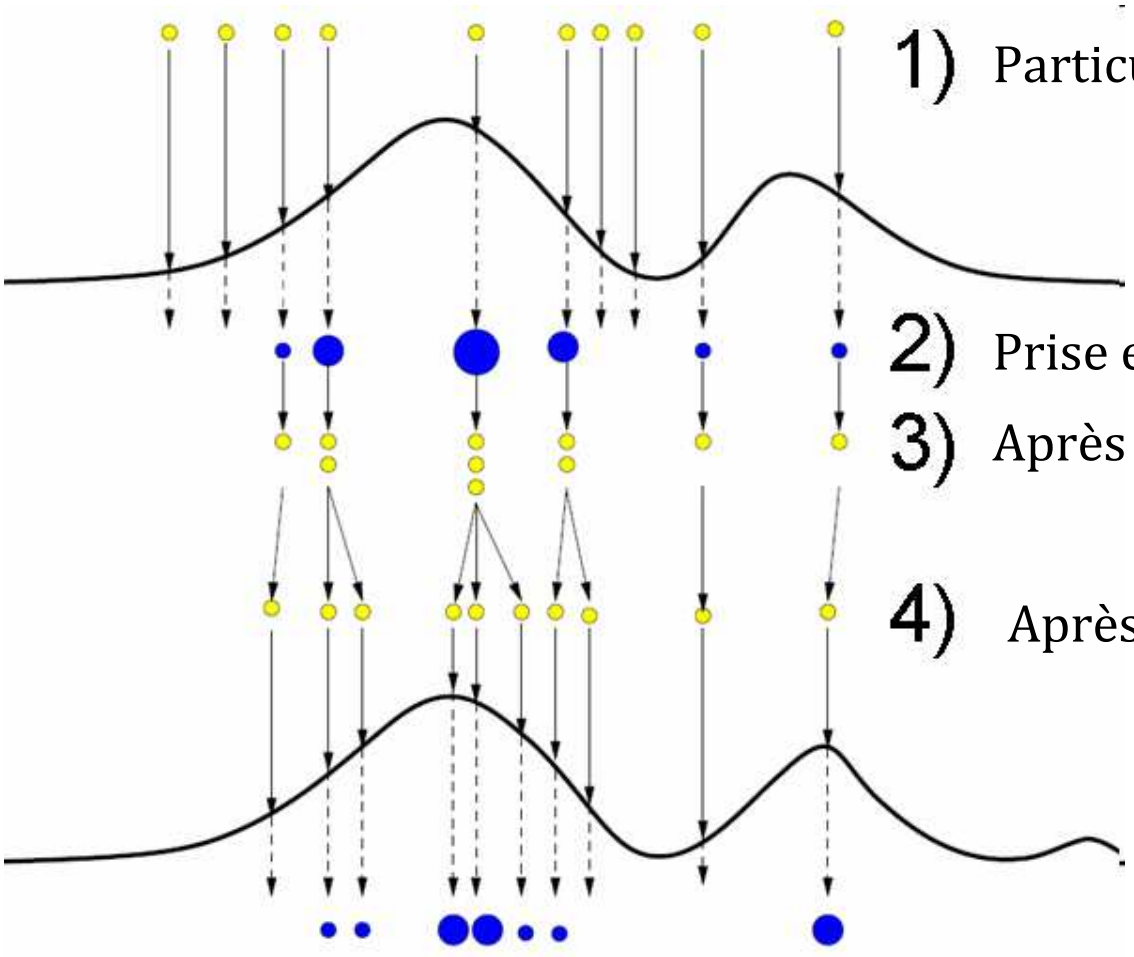
Exemple de localisation II

- Videos Aller Retour

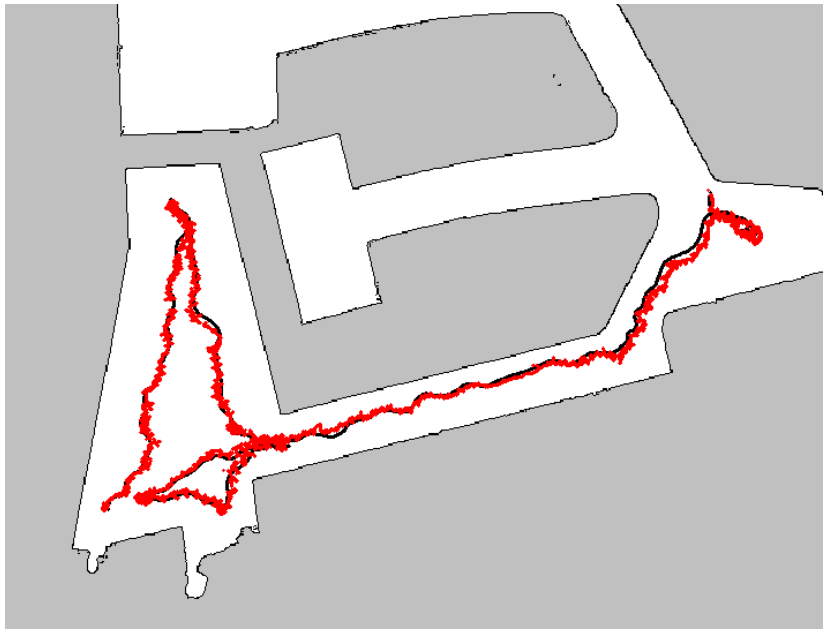




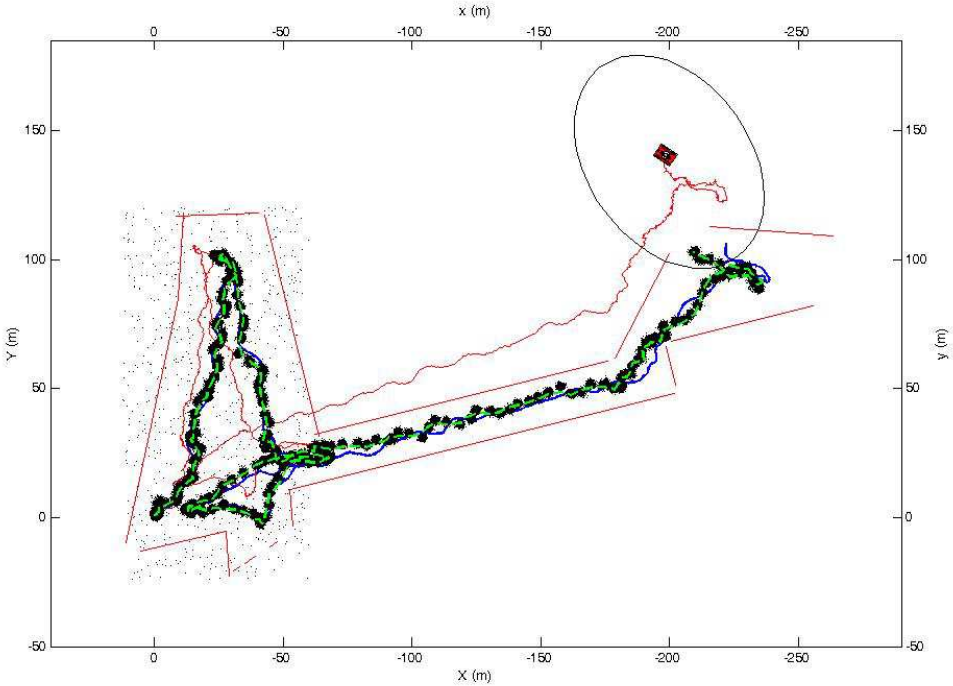
Comparaison avec filtrage particulaire



Résultat de localisation



En **noir** trajectoire GPS
En **rouge** trajectoire calculée
par méthodes ensemblistes



En **bleu** trajectoire GPS
En **vert** trajectoire calculée
par filtrage particulaire
En rouge le « dead reckoning »

Conclusion

- Contributions
  - Deux nouvelles représentations d'une solution d'un CSP relaxé
  - Prise en compte de contraintes irrégulières
- Un formalisme qui peut incorporer des informations de natures différentes
  - Informations aberrantes
  - Equations non-linéaires
  - Informations représentées par des images
  - Equations différentielles
- Une application réelle

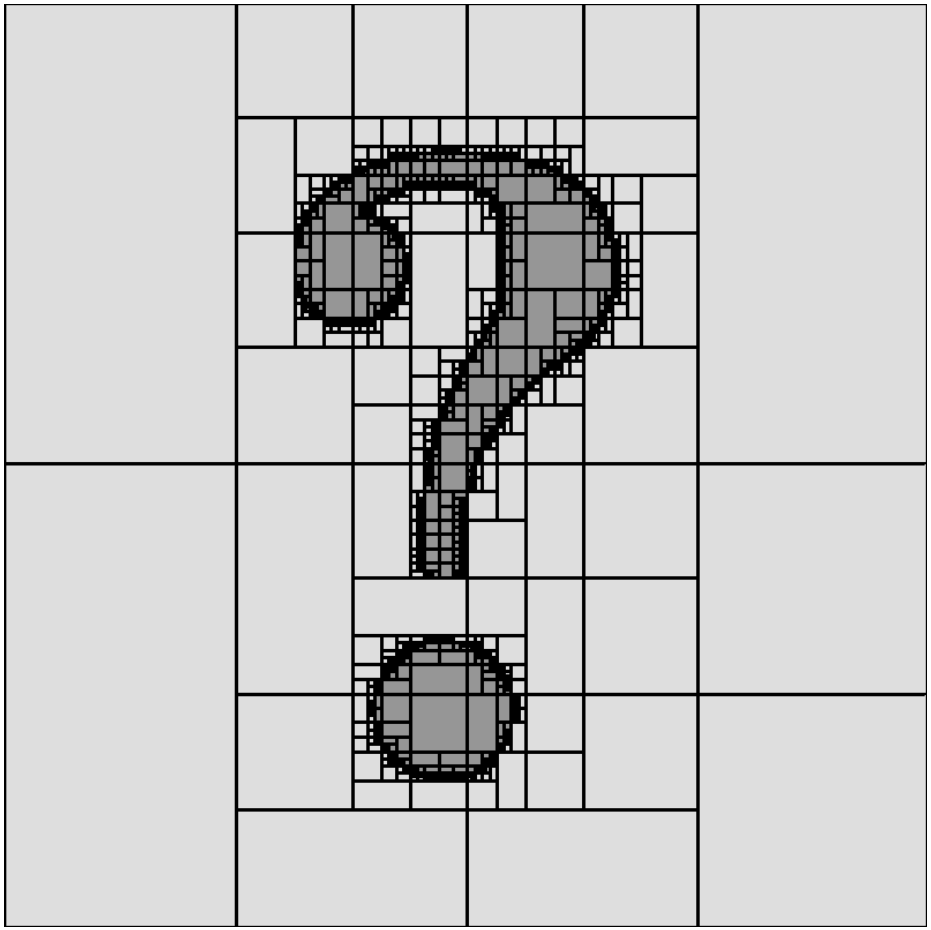
Perspectives

- Implémentation du SLAM Robuste
- Explorer les liens avec
  - Traitement d'image
  - Les fonctions de croyances
  - La logique floue
  - P-boxes (intervalles sur le fonctions de probabilités)
- Collaboration entre algorithmes ensemblistes / optimisation / probabilistes

Publications

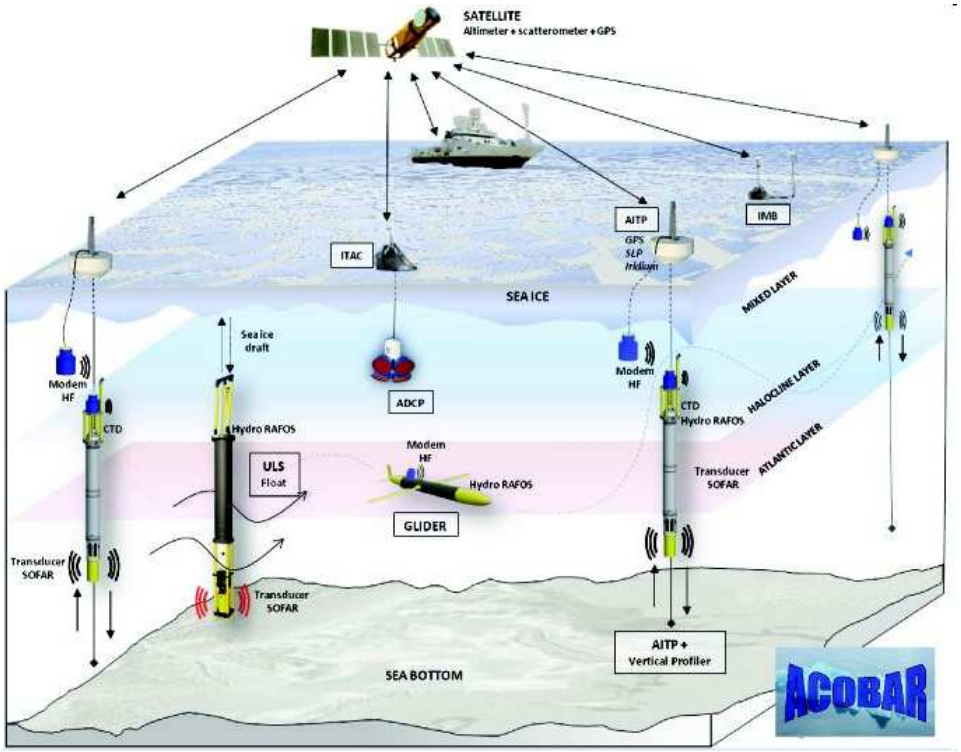
- **Journal articles**
  - F. Le Bars, J. Sliwka, and M. Sebela. Autonomous submarine robotic system. Cybernetic Letters, http://www.cybletter.com, 2010.
  - F. Le Bars, J. Sliwka, O. Reynet, and L. Jaulin. Set-membership state estimation with fleeting data. Accepted by Automatica, 2011.
  - J. Sliwka, F. Le Bars, and L. Jaulin. Student autonomous underwater robotics at ENSIETA. submitted to IJME (International Journal of Maritime Engineering), 2011.
  - O. Reynet and J. Sliwka and O. Voisin and L. Jaulin. Anchor-Based Localization Using Distributed Interval Contractors, submitted to IEEE Transactions on Robotics, 2011.
- **Congres with selection committee**
  - J. Sliwka, F. Le Bars, and L. Jaulin. Calcul ensembliste pour la localisation et la cartographie robustes. In JD-JN-MACS 2009, Angers, France, 2009.
  - J. Sliwka, P. H. Reilhac, R. Leloup, P. Crepier, H. D. Malet, P. Sittaramane, F. L. Bars, K. Roncin, B. Aizier and L. Jaulin. Autonomous robotic boat of ENSIETA. In IRSC-WRSC 2009, Matosinhos , Portugal, 2009.
  - J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet, and L. Jaulin. Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots. In NAFIPS 2011, El Paso, USA, 2011.
  - J. Sliwka, J. Nicola, R. Coquelin, F. Becket De Megille, Benoit Clement and Luc Jaulin. Sailing without wind sensor and other hardware and software innovations. In IRSC-WRSC 2011, Luebeck, Germany, 2011.
  - K. Xiao, J. Sliwka, L. Jaulin. A wind-independent control strategy for autonomous sailboats based on voronoi diagram. In CLAWAR 2011, Paris, 2011.
  - J. Sliwka, L. Jaulin, M. Ceberio and V. Kreinovich. Processing Interval Sensor Data in the Presence of Outliers, with Potential Applications to Localizing Underwater Robots. IEEE SMC'2011, Anchorage, Alaska, 2011.

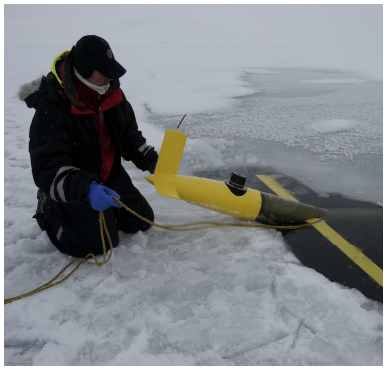
Questions?

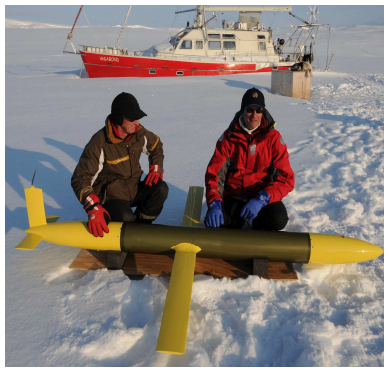


Travail actuel

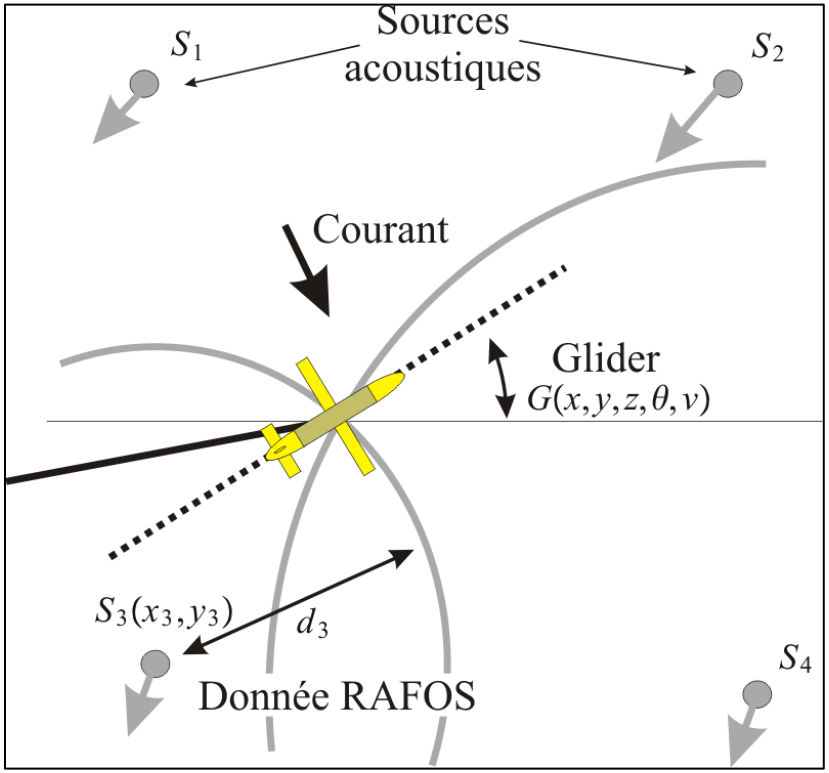
- Utilisation de la localisation pour la navigation d'un robot sous-marin (Glider ENSTA-Bretagne)



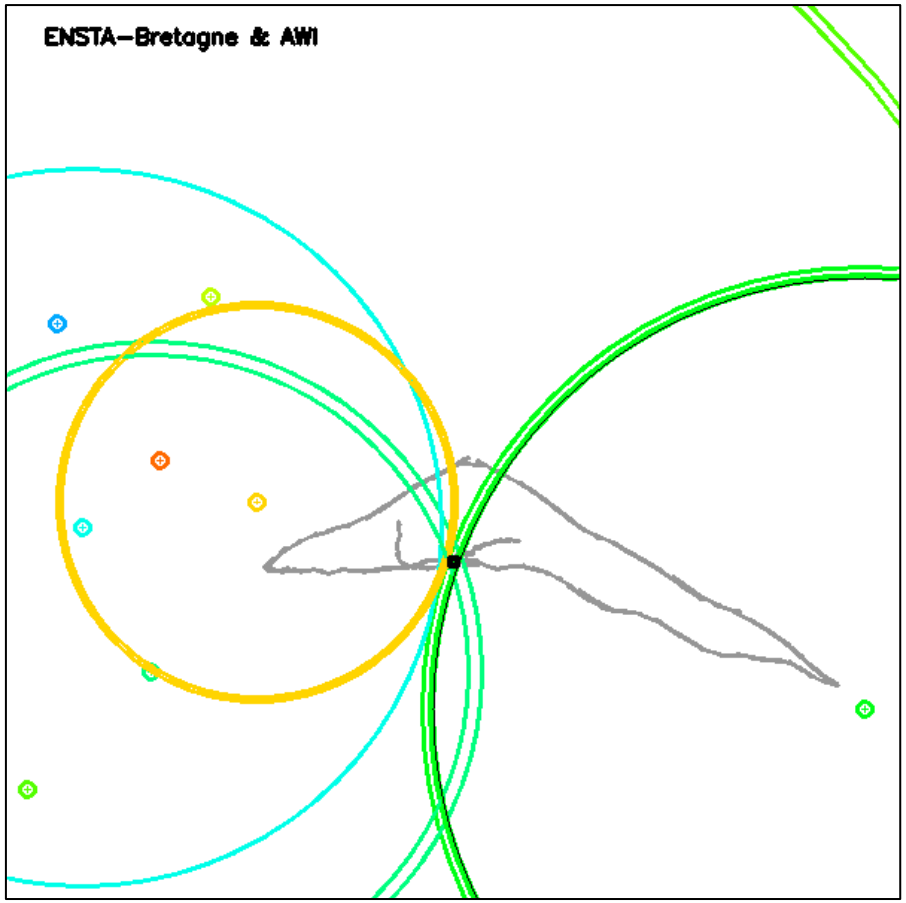




Exemple de localisation II

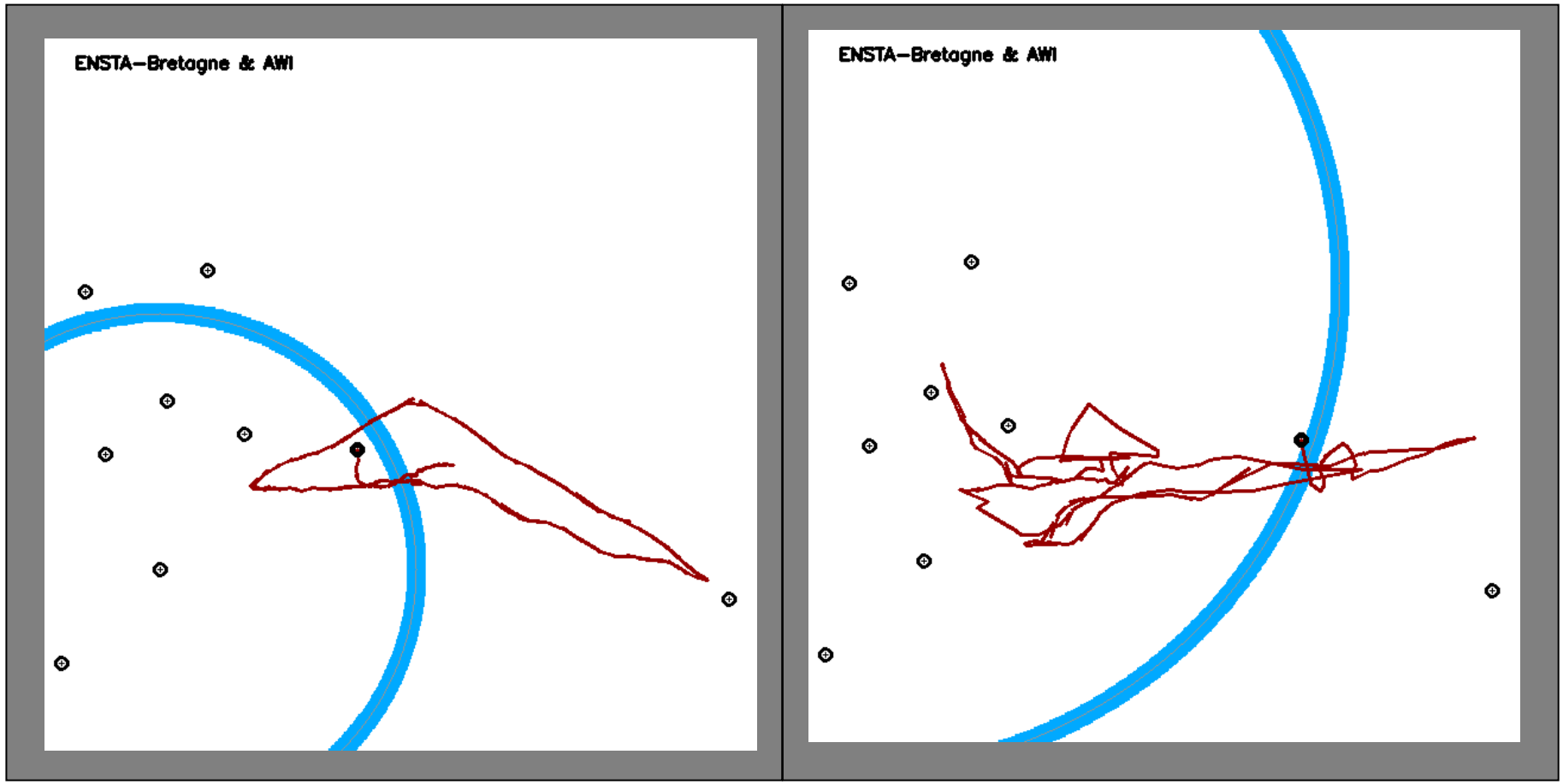


Projet ACOBAR

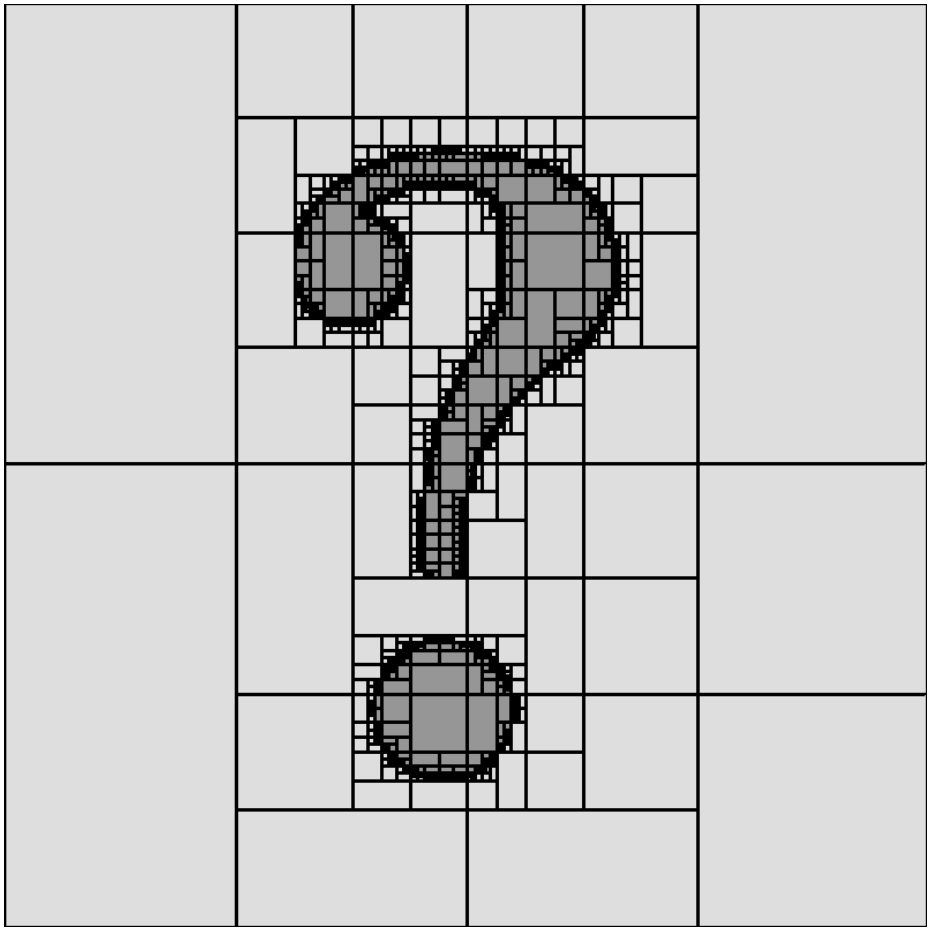


Jeu de données de AWI (Allemagne)

Résultats de localisation

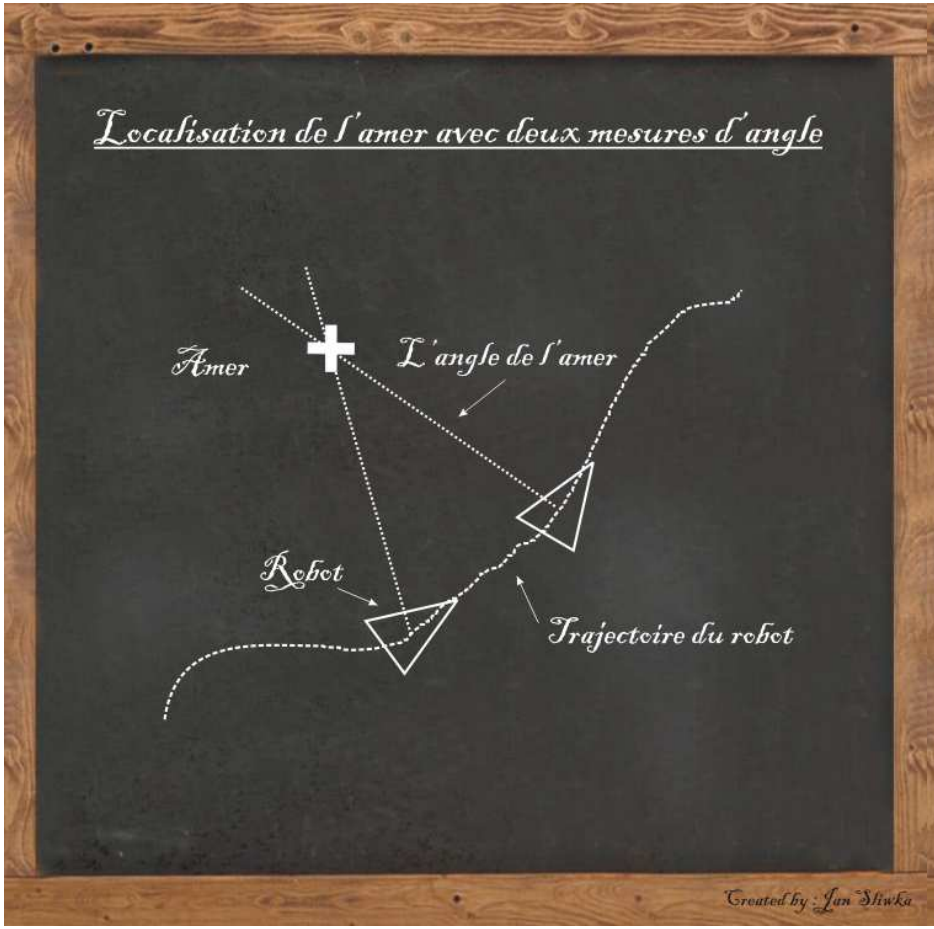


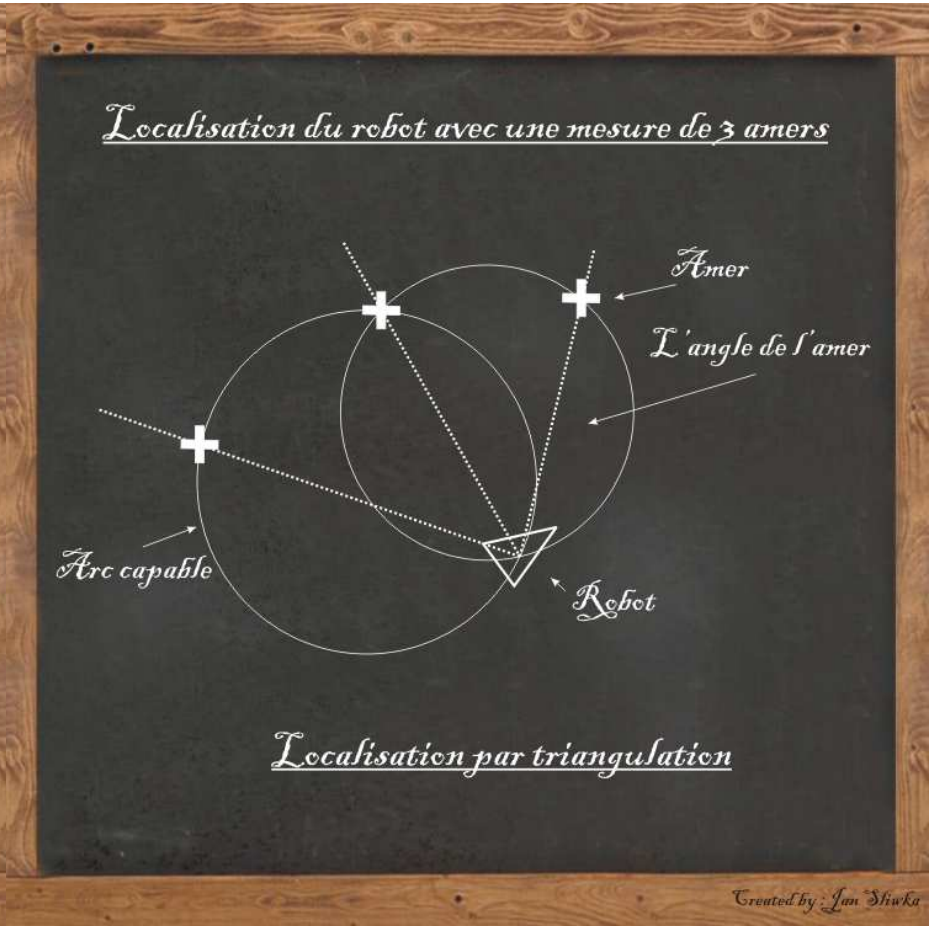
Questions?



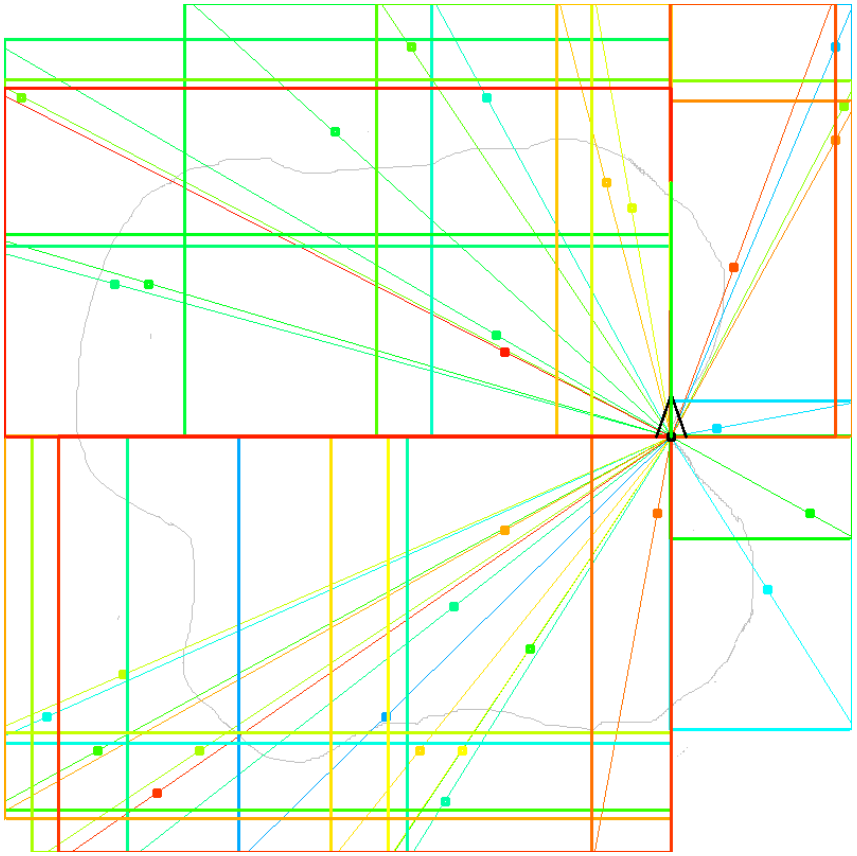
SLAM

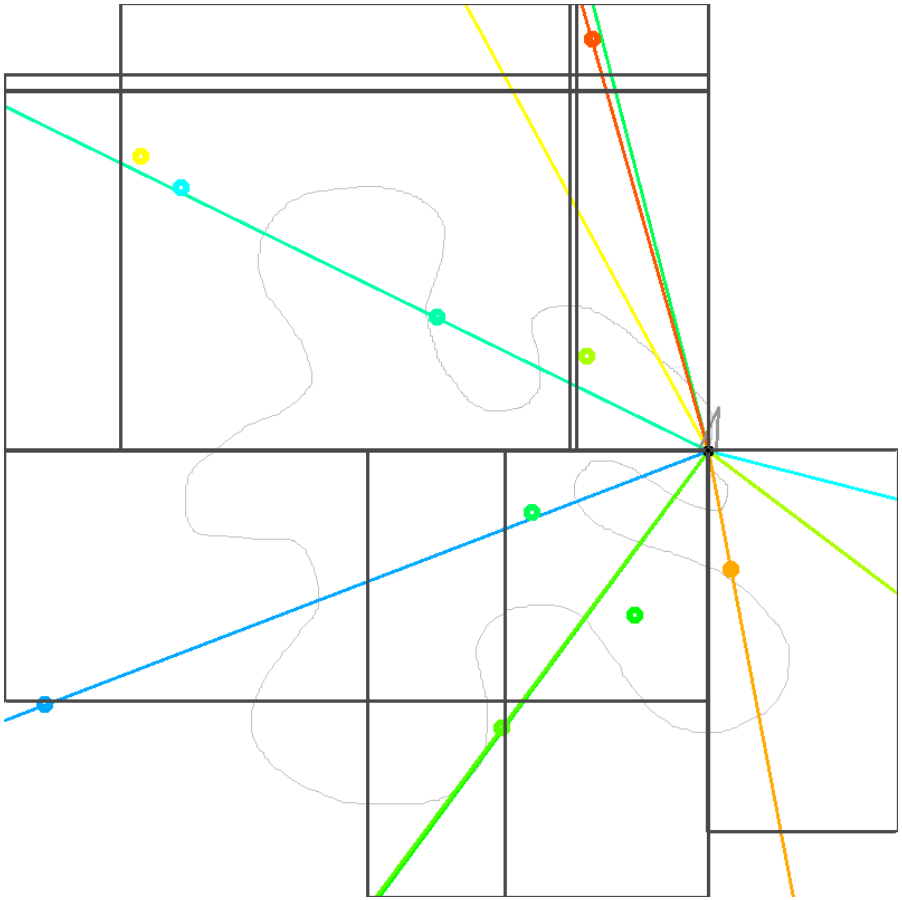
Localisation et Cartographie Simultanées



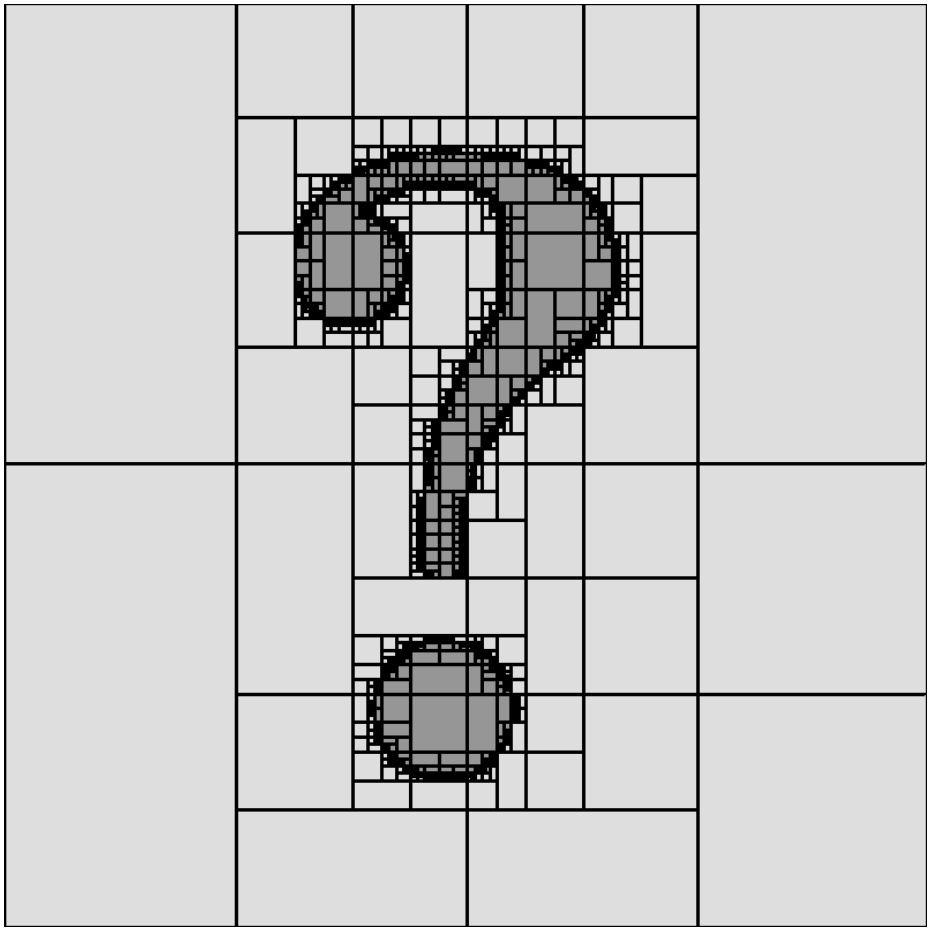


SLAM Robuste

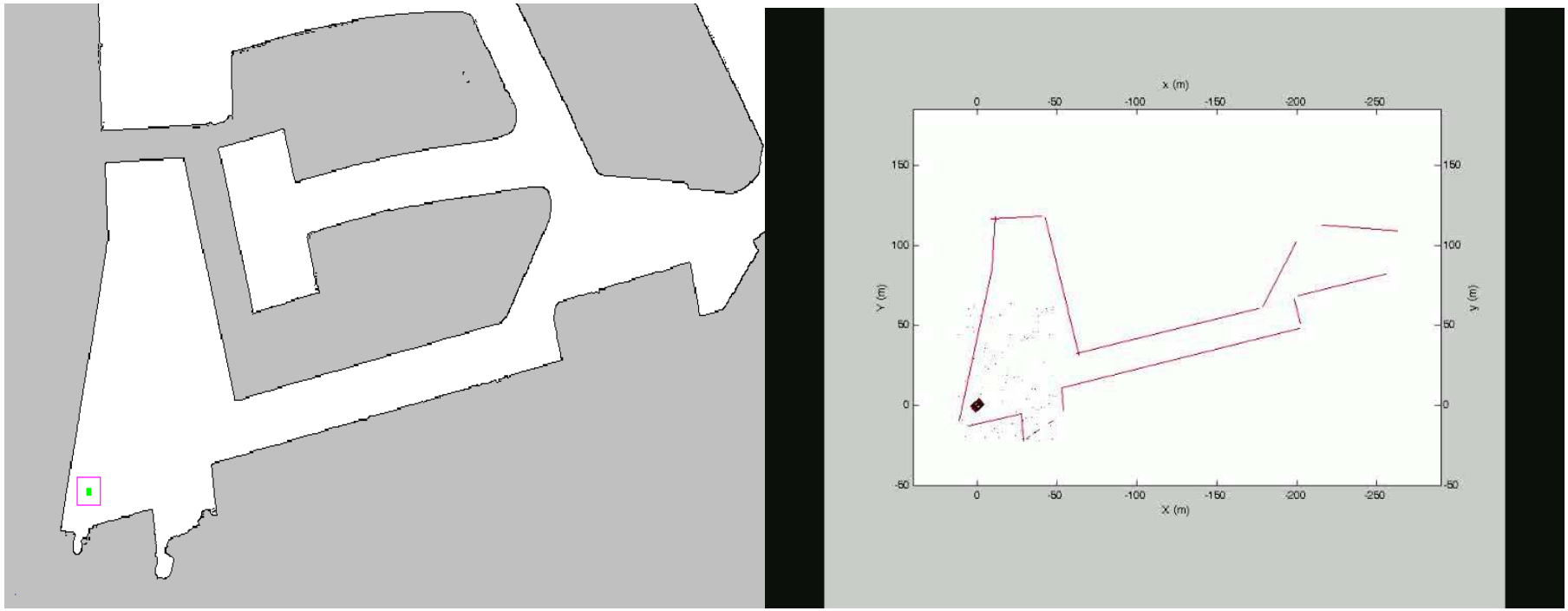




Questions?

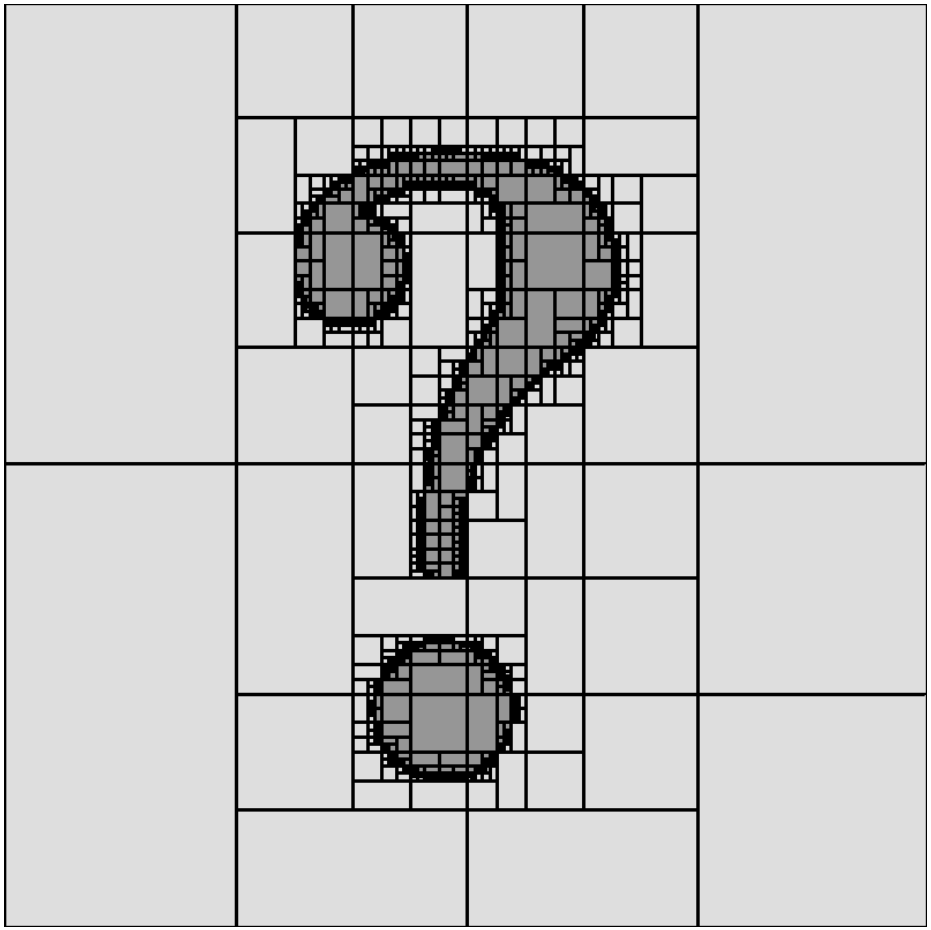


Résultat de localisation

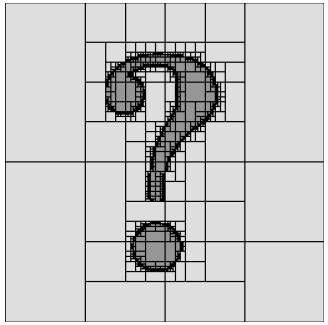


Résultat de la localisation dynamique pour
les méthodes ensemblistes (à gauche) et le filtrage particulaire (à droite)

Questions?



Activités annexes



- Enseignement, encadrement de stagiaires
- Club robotique :
  - Toujours essayer de participer à un challenge
  - Utiliser les produits sur étagère
  - Le principe KISS (Keep It Simple Stupid) – Faire simple